УДК 37.016:51

Жарков Д.В.
Московский государственный областной университет

ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В СИНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Аннотация: В данной статье предпринята попытка по-новому взглянуть на подход к изложению темы «Текстовые задачи с параметрами в школьном курсе математики». Продемонстрирована синергетическая модель обучения, изображенная в виде соответствующей схемы. В основу классификации положены модели текстовых задач с параметрами, во внутренней структуре которых содержатся несколько схем-предложений, позволяющих строить как текстовые задачи с параметрами, так и «обычные» текстовые задачи. Это является, с точки зрения автора, важнейшим доказательством органической преемственности и целостности структурных компонентов как внутри одной модели, так и внутри каждого из модулей (число, проценты, движение, работа).
Ключевые слова: семантический анализ, задачи с трансформированными текстами, схема Верлиха, нелинейность, точки бифуркации.

D. Zharkov
Moscow State Regional University

LINGUISTIC ASPECTS OF TEACHING TO SOLVE TEXT PROBLEMS WITH PARAMETERS IN SYNERGETIC SPACE

Abstract: In this article the author tries to show the new vision of the way the theme «Problem solving exercises in elementary Math's course» is studied at schools. The author demonstrates the synergistic model of studying, representing it in a corresponding scheme. The classification is based on the models of problem solving exercises with parameters, in the internal structure of which there are several schemes-statements. They help construct either text problems with parameters or "ordinary" text problems. The author considers it to be the most important proof of organic continuity and integrity of structural components both within a single model and within each of the modules (number, percentage, movement, work).
Keywords: semantic analysis, problems with transformed texts, Werlich's scheme, nonlinearity, bifurcation points.

В течение последних двух-трех лет система образования, в том числе и математического, подверглась значительным изменениям. Об этом свидетельствует принятый недавно закон «Об образовании в Российской Федерации» [7]. Кроме того, в проекте Концепции развития математического образования [17] (она будет принята в ближайшее время) прослеживаются, наряду с другими, 2 тенденции:

1) обеспечение непрерывности школьного математического образования в течение всего периода обучения;

2) реализация прикладной направленности школьного курса математики.

Необходимо уточнить, что вторая тенденция – реализация прикладной направленности школьного курса математики – позволяет демонстрировать значимость изучаемого материала, привлекает внимание учеников к содержанию урока, помогает понять социальную ценность нового математического материала. Это немаловажно в условиях доминирования прагматического стиля мышления, особенно среди учащихся-подростков.

Между тем, до сих пор остается нерешенной с позиций целостного подхода проблема обозначения текстовых задач с параметрами как класса задач. Как мы смогли убедиться, эти задачи рассматриваются чаще всего как продолжение или некоторое дополнение, а не как полноправная часть системы школьного математического образования. Более того, их включение в некоторые учебники и учебно-методические пособия носит эпизодический и фрагментарный характер. Также нельзя забывать о стимулирующей роли школьного математического содержания, проистекающей из мотивационного потенциала самой математики. Этот мотивационный потенциал заключается в его универсальной применимости и творческой неисчерпаемости. Это подчеркивалось большинством математиков, среди них: В.И. Арнольд, Д. Гилберт, Р. Курант, Г. Вейль. Важнейшей предпосылкой эффективной его (потенциала) актуализации в ходе учебного процесса является выведение школьного математического содержания за рамки его логической формы и представления его в деятельностном виде. Именно такой подход, по словам Г.И. Саранцева [16], обеспечивает перевод ученика на позицию субъекта процесса обучения, осознанно строящего свою деятельность с целью собственного совершенствования. К сожалению, из-за недооценки роли мотивационного потенциала самой математики и определенной декларативности предлагаемых рекомендаций не была в достаточной мере востребована его [потенциала] роль широкой педагогической общественностью в силу ряда объективных и субъективных факторов. Среди них можно выделить трудности в достижении приемлемого компромисса между нормативным характером школьного обучения и индивидуальными особенностями усвоения тем или иным учеником.

Стоит также отметить, что в последнее время особенно остро выходят на первый план проблемы, связанные с пониманием текста задачи. Еще в начале июля 2012 г. на Всероссийском Съезде учителей русского языка и литературы, где с докладом выступал ректор МГУ имени М.В. Ломоносова В.А. Садовничий было сказано, что «по мнению некоторых математиков, многие учащиеся не в состоянии понять текст, содержащий условие задачи. Естественно, что без понимания условия задачи вопрос о ее решении уже не возникает» [15, с. 3]. Кроме того, за последнее время вышло значительное количество публикаций, имеющих отношение к этой проблеме: [14; 4; 18; 13; 5]. Мы полностью разделяем взгляды авторов данных публикаций и считаем, что возникла потребность в разработке и реализации новых подходов к обучению решению текстовых задач с параметрами: в построении синергетической модели обучения, основой которой будет служить текст.

На основании анализа текстов текстовых задач (с параметрами и без) в УМК (учебно-методические комплексы) различных ученых-методистов: А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, Ю.М. Колягина, Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова, Ю.Н. Макарычева и других, – мы можем утверждать, что основой для классификации может служить текст; задачи школьного курса математики имеют циклическую взаимосвязь между собой (см. схема 1).

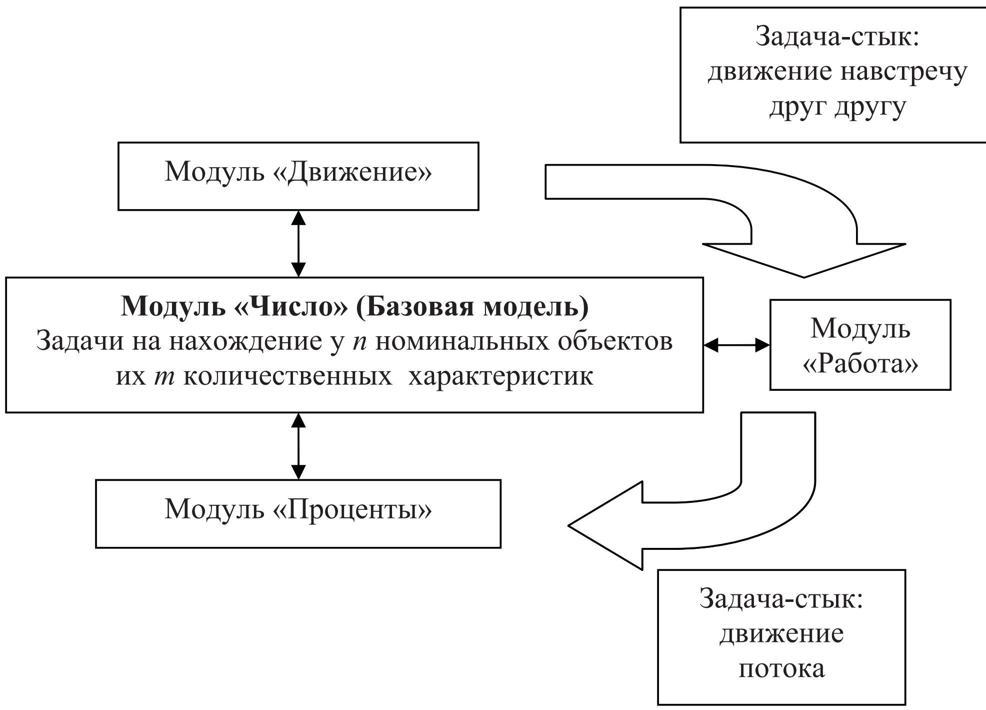

Схема 1. **Общее строение курса с четырьмя модулями**

Теперь нам нужно ответить на вопрос: может ли построенная нами система рассматриваться как синергетическая? (для этого она должна изучаться с позиции методологии синергетики, как открытая, самоорганизующаяся, нелинейная система). Итак, построенная нами система является открытой, потому что в ней постоянно идет процесс обмена информацией между преподавателем и обучающимся (обратная связь). Во время этого процесса возникают новые цели, методы и средства обучения. Во-вторых, меняется содержание образования, так как оно не соответствует тем полученным компетенциям, которые есть у обучающихся в данный момент. Возникает ***нелинейность*** как процесса, так и результата. В-третьих, постоянно увеличивающееся образовательное информационное пространство ***выводит систему из устойчивого равновесия***. Таким образом, построенная нами система удовлетворяет трем принципам: принципу открытости, принципу нелинейности и принципу сложности, что было показано выше. Это означает, что построенная нами система самоорганизована.

Мы должны учесть еще один фактор: оптимизацию построенной нами системы. По этому поводу в статье Т.И. Кузнецовой и Д.А. Зверевой [8] мы читаем: «Если оптимизацию перенести на процесс обучения, то она будет означать выбор такой методики, которая обеспечивает достижение наилучших результатов при минимальных расходах времени и сил учителя и учащихся в данных условиях» [8, с. 82]. Теперь перейдем к детальному рассмотрению схемы 1.

Обратим внимание на Модуль «Число» (Базовая модель) (см. также [6]). Предположим, что объектом математики являются классы эквивалентных отношений, характерные для различных наук. Докажем это. Выясняя природу математических объектов, обратимся непосредственно к математическим теориям и их концептам. Рассмотрим, например, концепт линейной функции, причем в ее простейшем варианте: $y = kx$. Линейные функции встречаются в любой науке, в частности, в физике ($F = ma$) и экономике ($M = qp$), где F – сила, m – масса, a – ускорение, M – совокупная масса денег, p – цена товаров, q – число товарных единиц. Сопоставим три выражения: $y = kx$, $F = ma$, $M = qp$. Нетрудно видеть, что все три отношения схожи друг с другом, что имеет место определенное отношение эквивалентности. Кажется, что можно рассуждать следующим образом: берем физическую формулу, отвлекаемся от всего физического, остается математическое. Но если отвлечься от физического, то ничего не останется. Схожесть не является результатом абстрагирования. Если же исследователь исходит из теории абстракции, то он стремится получить указанную эквивалентность за счет абстрагирования. Именно поэтому модуль «Число» является ***аттрактором*** (аттрактор – относительно устойчивое возможное состояние, на которое выходит процесс эволюции в открытых нелинейных средах), поскольку он – источник простейших задач каждого из модулей: «Проценты», «Движение» и «Работы». Поясним это на примерах.

Пример 1. В библиотеке имеются книги на французском, английском, немецком языках. Английские книги составляют a % всех книг на иностранных языках, французские – b % английских, а остальные c книг – немецкие. Сколько книг на иностранных языках в библиотеке?

Решение:

Учащийся, не разобравший задачу на части и элементы досконально, скажет, что это задача «на проценты». Однако не будем столь поспешны с выводами и проведем семантический анализ.

<u>Замечание:</u> Рассматривая текстовую задачу с параметром как метод познания окружающей действительности, важно научить учащихся проводить семантический анализ соответствующего текста. А.В. Белошистая пишет: «Под ***семантическим анализом*** текста задачи понимается процесс прочтения задачи с последующим выделением основных понятий, связанных со специфическим названием частей этого текста: условие, вопрос, известные данные, неизвестные искомые элементы задачи» [2, с. 1]. Изменяя количественные и качественные характеристики, можно получать экземпляры

соответствующей модели, а проводя исследования, составлять серии новых текстовых задач с параметрами. Кроме того, в процитированной нами статье [2, с. 2] также подчеркивается, что «осуществление семантического анализа текста простой задачи (даже с трансформированным текстом) – действие не особо сложное даже для “слабого” ученика».

Семантический анализ:

Главный объект – книги.

Количественная характеристика главного объекта – доля (в случае с английскими и французскими книгами) и число (в случае с немецкими).

Вспомогательный объект – библиотека.

Исследование:

Количественная характеристика вспомогательного объекта – дополнительные условия в задаче (ее расширение): длина, ширина, высота помещения библиотеки.

Дополнительный вспомогательный объект – полки (шкафы).

Дополнительная характеристика вспомогательного объекта – длина, ширина и высота (для шкафа).

Решение и исследование примера 1:

1) Обозначим через x количество всех книг на иностранных языках, тогда количество книг на английском языке будет равно $0{,}01ax$.

2) $(0{,}01ax)\cdot 0{,}01b=0{,}0001abx$ – количество книг на французском языке

3) Составляем уравнение по условию задачи:

$0{,}01ax+0{,}0001abx+c=x$, откуда

$$x=\frac{c}{1-(0{,}01a+0{,}0001ab)}.$$

Пример 2. Расстояние от села Ратмино до деревни Красное a км, а от деревни Красное до города в b раз меньше. Грузовик проехал от Ратмино до города через деревню Красное со скоростью v км/ч. Сколько времени ехал грузовик?

Решение:

Семантический анализ:

Главный объект – расстояние.

Количественная характеристика главного объекта – число (количество километров).

Вспомогательный объект – грузовик.

Исследование:

Количественная характеристика вспомогательного объекта – дополнительные условия в задаче (ее расширение): сила трения, сопротивление воздуха.

Дополнительный вспомогательный объект – наличие других пунктов для остановки.

Дополнительная характеристика вспомогательного объекта – длина, ширина и высота (для грузовика).

1) Расстояние от деревни Красное до города составляет a/b км.

2) Всего грузовик проехал $(a+a/b)$ км, следовательно, грузовик ехал в течение $t=\dfrac{a+\frac{a}{b}}{v}=\dfrac{ab+a}{bv}=\dfrac{a(b+1)}{bv}$ часов.

Учащийся может сказать, что это задача «на движение». Тем не менее, несмотря на всю непохожесть друг на друга, примеры 1 и 2 имеют одну общую модель (базовую модель).

Базовая модель (количественные характеристики объектов)

1. Перечисляются объекты (как часть системы номинальных объектов) – может быть 2 и более: имена людей; типы книг; дни (первый, второй,

...) и т. д.

2. Обозначаются взаимосвязи между их количественными характеристиками – у (объекта 1) на ... (единиц) больше/меньше или больше/меньше в ... (раз), чем ... ; может быть указан %.

3. Может указываться их «общая» количественная характеристика – как правило, употребляется фраза: «всего ...».

4. Дополнительные соотношения в случае усложнения задачи (обозначим это значком *).

В статье А.В. Белошистой [1] задачи примеров 1 и 2 именуются как «***задачи с трансформированными текстами***». К этому следует добавить, что «анализ этого текста позволяет на втором этапе <…> предложить учащимся изменить либо данные, либо условие задачи так, чтобы ее можно было решить. Такие задания и приемы работы с ними рекомендуются на первых уроках знакомства с простыми задачами. Они позволяют сформировать у ребенка адекватное представление о новом для него математическом объекте – задаче и приучают внимательно читать и анализировать текст, выделять его составные элементы» [1, с. 65].

Как мы можем видеть, на абстрактном уровне любая текстовая задача с параметром состоит из нескольких схем-предложений, которые обязательно входят в каждую модель. Они представляют собой отвлеченные образцы минимального структурного построения одного из возможных вариантов текста предполагаемой задачи. Другие авторы используют термин «модель предложения», подразумевая под ним схему, например: «Модель предложения – абстрактный механизм, абстрактная схема, существующая в сознании говорящего (может быть, неосознанно для него), в соответствии с которой говорящий строит предложения в речи. Модель принадлежит языку (в широком смысле слова) <…>, т. е. относится к сфере общего, абстрактного механизма, соединяющего сознание с формами выражения его» [3, с. 181].

Рассуждая о тексте любой математической задачи (особенно текстовой), мы с полным основанием можем утверждать, что ее отвлеченный и обобщенный характер подчеркивается как специальными лексическими, так и грамматическими единицами. В.А. Лукин в [10, с. 133–134] подчеркивает, что «мы сначала воспринимаем словесные и иные его [текста] знаки, устанавливаем способ и характер связи между ними (связность), затем фиксируем <...> содержание целого текста (цельность), после этого пытаемся согласовать <...> связность и цельность, приходя <...> к выявлению формально-семантического устройства текста (структуры), и <...> истолковываем, то есть объясняем содержание текста в связи с его структурой». В.А. Лукин приходит к выводу, что «с любой из <...> позиций выделяется общий центр пространства <...> текста, одна и та же периферия <...> наше внимание обращено на одни и те же лексические знаки текста...». Это общее пространство-инвариант В.А. Лукин называет семантическим (признаковым) пространством текста. Неоднородность семантического пространства текста создается неравнозначностью его «взаимосодействующих» знаков. Результат «взаимосодействия», в первую очередь, ключевых (в трактовке В.А. Лукина) знаков текста определяет ***конкретную форму пространства данного текста***.

В этой связи следует также обратить внимание на типологию текстов в зависимости от структурных основ текста (начальных структур), которые можно развернуть посредством последовательных «цепочек» в текст. В работе В.В. Богуславской [3, с. 25–26] мы находим подобную типологию, предложенную Э. Верлихом и получившую название «Схема Э. Верлиха»:

текст
↓
тип текста
↓
форма текста
↓
вариант формы текста
↓
конкретный текст

Схема 2. **Схема Э. Верлиха**

На наш взгляд, эта схема отлично подходит для описания типологии текстов класса задач «текстовые задачи с параметром»:

текстовая задача с параметром (как класс задач)
↓
тип задачи (модуль: число, проценты, движение или работа)
↓
форма задачи (ее модель или модели)
↓
вариант формы задачи (пример задачи)
↓
конкретная задача («обычная» текстовая задача)

Схема 3. **Типология текстов класса задач «текстовые задачи с параметром»**

Далее еще раз обратимся к схеме 1. В ней присутствуют так называемые «задачи-стыки», т. е. задачи, которые являются переходными от одного модуля к другому. Давайте рассмотрим и сравним условия примеров 3 и 4.

Пример 3. Огромный аквариум наполняют через две трубы: через первую трубу за a ч, через вторую трубу – за b ч. За сколько часов аквариум наполнится через обе трубы?

Решение:

Необходимо помнить, что связь между величинами *a*, *b*, *x* выражается формулой: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{x}$, откуда $x=\frac{ab}{a+b}$.

Пример 4. Два пешехода вышли одновременно из двух поселков навстречу друг другу. Один пешеход может пройти весь путь за *a* ч, а другой – за *b* ч. Через сколько времени они встретятся?

Решение:

1) Будем считать, что «работа» пешеходов – это прохождение пути. Весь путь принимаем за единицу.

2) Фактически при решении данной задачи используется предыдущая модель, но стоит сразу сказать, что она будет применима только для двух объектов (в задаче сказано только про двух пешеходов). Имеем $\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{ab}{a+b}$.

Ранее в [6] указывалось, что для изложения подобного материала целесообразно и необходимо ввести новый тип урока в известную нам систему уроков – ***урок-стыковка***. Отметим, что он может являться составной частью комбинированного урока. Помимо этого, его структура отличается от известных нам типов уроков, изложенных в статье С.Г. Манвелова [11, с. 18], а именно:

1) позволяет находить точки пересечения между пройденным и новым материалом;

2) переносить приобретенные знания и умения в измененные условия с целью формирования новых;

3) излагать новый материал, сохраняя при этом преемственность курса.

Далее мы предлагаем свое видение фрагмента данного урока: каким образом учитель может связать два модуля – «проценты» и «работа».

Замечание: данное объяснение желательно давать учащимся, которые уже изучали и знакомы с аппаратом математического анализа.

Итак, **фрагмент урока**. Предположим далее, что в какой-то момент времени (назовем его 0) на некотором текущем счету имеется сумма C(0). Кроме того, на этом счету уже некоторое время действует и будет действовать ежегодная ставка α непрерывного начисления процентов. Точнее говоря, пусть эта ставка сохраняется на счету в интервале $|t| \le T$, где T>0, и посмотрим, как будет меняться со временем сумма *C(t)*, лежащая на счету в момент t. Отметим, что никаких других изменений на счету, кроме непрерывного начисления процентов с постоянной интенсивностью α, не происходит.

Далее будем применять известный нам со школы аппарат математического анализа. Нетрудно понять, что увеличение *dC* капитала C за время от момента *t* до *t+dt*, т. е. проценты в количестве α*dt* за каждую единицу в сумме *C=C(t)*, следует записать в виде *dC=C*α*dt*. Эта же связь возникает, если действовать по аналогии с равенством $C(1+p_k)-C=Cp_k$, где p_k – ежегодная процентная ставка (на протяжение k лет). Интегрируя полученное дифференциальное уравнение и производя несложные преобразования, придем к искомой функциональной зависимости:

$$\int_0^t \frac{dC(y)}{C(y)}=\alpha\int_t^0 dy,\ \ln C(t) - \ln C(0) = \alpha t,\ C(t)=C(0)e^{\alpha t},\ -T\le t\le T\ (*).$$

Мы видим, что процесс непрерывного начисления процентов, причем даже для произвольной интенсивности, зависящей от времени, должен быть схож с поступлением воды в бассейн (любую другую емкость) с вполне конкретной соответствующей скоростью.

Пусть у нас есть бассейн с двумя трубами – наливающей воду и выливающей ее. В нем скорость протекания воды по трубам отождествляется с интенсивностью начисления процентов. Допустим сначала, что открыта лишь труба, наливающая воду. Пусть скорость поступления воды в бассейн в момент t есть $\alpha_1(t)$ м^3 в час. Тогда, если $\alpha_1(t)=\alpha$, т. е. скорость поступления воды постоянна, час для бассейна эквивалентен году для текущего счета и в некоторый момент 0 в бассейне было $C(0)$ м^3 воды, то функция (*) описывает изменение объема воды в бассейне в м^3 за период в 2Т часов. Если же открыта и вторая (выливающая воду) труба, причем выливающая ее в момент t со скоростью $\alpha_1(t)=\alpha_2(t)$ м^3 в час, то уровень воды в бассейне не будет изменяться. Описанная ситуация, очевидно, означает, что начисляемые проценты сразу снимаются со счета и переводятся на другой счет.

Отметим также, что большинство моделей задач, входящих в соответствующие модули, – нелинейны. Формально это означает, что исследуемые уравнения, получаемые в результате перевода текста задачи на язык алгебры, содержат нелинейные функции ($y=ax^2$, $z=ax^2+by$, где a и $b \in R$). Для нелинейных функций несправедлив принцип суперпозиции (наложения), позволяющий «сшивать» решение более сложной задачи из решений более простых задач. Эти уравнения описывают ситуации, в которых изменения внешних воздействий в k раз, в отличие от линейных, не приводят к пропорциональному отклику объекта. По существу, нелинейность означает огромное разнообразие поведения и богатство возможностей, многовариантность решений. В нашем сложном и удивительном нелинейном мире огромную, вероятно, до сих пор не вполне осознанную роль в его познании сыграли суперкомпьютеры, позволившие исследовать множество нелинейных математических моделей, описывающих нашу реальность. «Отсюда суть – множеству решений нелинейных уравнений соответствует множество путей эволюций системы, описываемой этими уравнениями» [12, с. 22].

Хаос проявляется в возникновении ситуаций неопределенности, отсутствии единого подхода к решению и самого решения. «Хаос со знаком минус» – условно назовем его так – возникает при неорганизованных и спонтанных устремлениях обучаемого. ***Случайность*** проявляется в важности так называемого «инсайта» (внезапного озарения) и чувства интуиции во время исследовательской деятельности. Явление ***флуктуации*** имеет место во время исследовательской деятельности (обучения решению текстовых задач с параметрами), поскольку постоянно происходит увеличение объема знаний в индивидуальном образовательном информационном пространстве учащегося. Явление ***бифуркации*** (***точек бифуркации***) здесь пять (на схеме 1 они показаны большими и малыми стрелками). Они олицетворяют собой критические моменты неопределенности будущего развития и показывают дальнейшие альтернативные развилки возможностей. В частности, как мы уже говорили, от модуля «Число» отходят три стрелки, которые символизируют переход от одного модуля к другому посредством изменения фабулы самой задачи. В двух оставшихся случаях мы видим явление перехода от одного класса к другому, посредством задач-стыков. Аналогичную параллель можно провести в теории множеств (пересечение и объединение множеств).

Закончить данную статью хотелось бы словами одного из выдающихся психологов СССР А.А. Леонтьева: «... Ребенок должен уметь анализировать словесные тексты и осуществлять дальнейшую теоретическую деятельность по решению проблем, почерпнутых из этих текстов. Он должен уметь самостоятельно анализировать возникшую перед ним предметную (или социальную) ситуацию и преобразовывать ее в новую. Он должен уметь находить или создавать заново орудия и средства, адекватные возникшей цели и задаче (вернее, классу целей или задач), и применять их для решения этой задачи и достижения этой цели» [9, с. 352–353].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Белошистая А.В. Методический семинар: вопросы обучения решению задач // Начальная школа плюс До и После. 2002. № 11. С. 64–67.
2. Белошистая А.В. Методический семинар: вопросы обучения решению задач // Начальная школа плюс До и После. 2003. № 1. С. 1–5
3. Богуславская В.В. Моделирование текста: лингвосоциокультурная концепция. Анализ журналистских текстов. Изд. 4-е. М., 2013. 280 с.
4. Денищева Л., Краснянская К. Результаты исследования TIMSS// Математика. 2012, янв. С. 9-21.
5. Денищева Л. Международное исследование TIMSS. Алгебраические задания // Математика. 2013, дек. С. 11–19
6. Жарков Д.В. Использование проблемно-модульной технологии обучения для построения элективного курса «Текстовые задачи с параметрами» // Новые образовательные программы МГУ и школьное образование: Материалы второй научно-методической конференции. М., 2012. С. 39–40.
7. Закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ. М., 2013. 192 с.
8. Кузнецова Т.И., Зверева Д.А. Блок-схемное моделирование невычислительных задач как средство оптимизации их решения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-математика». 2012. № 2. С. 82–90.
9. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла. Сборник материалов / Под научной редакцией А.А. Леонтьева. — М.: «Баласс», Издательский Дом РАО, 2003. — 368 с.
10. Лукин В.А. Художественный текст: Основы лингвистической теории и элементы анализа. М., 1999. 196с.
11. Манвелов С.Г. Строение базовой системы уроков математики // Математика в школе. 2006. №6. С. 18–27.
12. Окулов С.М. Информатика: развитие интеллекта школьников. 2-е изд., испр. М., 2008. 212 с.
13. Рыдзе О. Что умеют будущие пятиклассники по версии TIMSS // Математика. 2013, дек. С. 30–34.
14. Садовничий В.А. О математике и ее преподавании в школе // Доклад на Всероссийском съезде учителей математики в МГУ им. М.В. Ломоносова. М., 2010. С. 3–24
15. Садовничий В.А. Размышления математика о русском языке и литературе //

Доклад на Всероссийском съезде учителей русского языка и литературы в МГУ им. М.В. Ломоносова. М., 2012. С. 3–20
16. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. 2-е изд., дораб. М., 2005. 225 с.
17. Семенов А.Л. Концепция развития российского математического образования (ход проекта) // Математика в школе. 2013. № 9. С. 3–5.
18. Треть московских школьников на пробном ЕГЭ по математике не смогли решить простейшую задачу. [Электронный ресурс]. Доступ: www.gazeta.ru/social/news/2012/04/06/n_2279077.shtml