технике эксперимента даже после подробного объяснения учителя.

Цифровая видеотехника, используемая на уроках в сочетании с самим экспериментом, предоставляет учителю хорошие возможности для исправления неправильных действий и неверных приемов работы учеников при выполнении эксперимента.

Видеосъемка в период педагогической практики студентов проводилась в школе еще на внеклассных занятиях по химии, и здесь также была подтверждена большая польза сочетания самого эксперимента с применением видеофрагментов учителем.

Таким образом, можно считать, что применение цифровой видеотехники при подготовке будущего учителя химии на занятиях по методике преподавания и на педагогической практике, является эффективным средством обучения студентов в ВУЗе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Сурин Ю.В. Применение цифровой видео- и фототехники при выполнении эксперимента. – «Химия в школе». – 2007. № 4. – С. 69-71. «Центрхимпресс».

Y. Surin

APPLICATION OF DIGITAL VIDEO EQUIPMENT AT PERFECTION OF EXPERIMENTAL AND METHODICAL PREPARATION OF CHEMISTRY STUDENTS

Abstract. Possibilities of application of video filming on lessons of students on the method of teaching of chemistry are shown in this work. The videotape recording of technique of implementation and method of explaining experiments students was conducted on senior courses (3 – 5). A video filming was executed also on lessons and extracurricular employments on chemistry during pedagogical practice. Work of every student was analyzed by group and teacher after the videotape recording. A collective discussion exposed inaccuracies and errors in the technique of implementation of experiments and method of their explanation. The conducted work was instrumental in the correction of inexact actions and ineffective receptions of work of students. Thus, it is confirmed that application of digital video equipment at preparation of teacher of chemistry, is the effective mean of teaching of students in an institute of higher.

Key words: digital video filming, technique of implementation of experiments, method of explaining experiments, level of professional preparation of students, increase of effectiveness of teaching process, pedagogical experiment.

УДК 51.3

Матвеев О.А.

ПРИЛОЖЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ НЕАССОЦИАТИВНЫХ СТРУКТУР К АКСИОМАТИКЕ ГЕОМЕТРИИ*

Аннотация. В настоящей статье рассматриваются различные аспекты приложения теории неассоциативных универсальных алгебр к построению аксиоматики курсов высшей геометрии, а также теории механических систем.

Ключевые слова: алгебраические структуры, аксиоматика, геометрия.

Геометрия является важной составляющей математического образования, различные ветви геометрии находятся в тесных взаимоотношениях друг с другом и другими разделами математики, прежде всего с алгеброй и математическим анализом.

Считается, что геометрия возникла из практики, в которой и заключены ее реальные основания. Общеизвестно, что фундаментальные проблемы обоснования аналитической, евклидовой, аффинной, проективной, так называемых неевклидовых геометрий, дифференциальной геометрии являются сложными, глубокими и до сих пор не получили своего окончательного решения. Это вполне естественно, поскольку геометрия – неисчерпаемая наука, и не является построенной окончательно и навсегда.

Платон полагал, что геометрия есть познание всего сущего. Постановку задачи о логическом обосновании геометрии обычно связывают именно с Платоном, который считал, что во всякой отрасли знаний необходимо выделять основные понятия и утверждения, из них вытекают логические следствия. В трудах Фалеса, Пифагора, Демокрита, Аристотеля, Менехма и других греческих математиков и философов постепенно систематизировался материал классической геометрии, приводился в стройную логическую систему.

«Начала» Евклида сыграли огромную роль в истории математики и всей человеческой культуры и оказали исключительно большое влияние на дальнейшее развитие математики и ее преподавание. Логическое построение геометрии было проведено Евклидом для его времени чрезвычайно точно. Однако уже давно стало ясно, что с научной точки зрения систему аксиом и постулатов Евклида нельзя признать вполне удовлетворительной. При изложении геометрии непосредственно по «Началам» приходится в ряде случаев использовать утверждения, которые явно не высказаны и не доказаны.

Большое внимание уделял геометрии великий Леонард Эйлер, его первую часть двухтомника «Введение» (1748 г.) в собрании сочинений [1] можно считать первым учебником аналитической геометрии, настолько свободно в нем проведено исследование кривых и поверхностей с помощью их уравнений [2]. Видимо, Л. Эйлер впервые ввел алгебраическое понятие квазигруппы в связи с задачей о латинских квадратах.

Геометрия, имеющая более чем две тысячи лет истории, обязана своим существованием таким первичным основам мира, как пространство и время. Это определяет ее поразительную жизнеспособность и возможности неограниченного развития. Естественно, каждая новая эпоха привносит в геометрию новые методы, понятия и идеологию, и всякая попытка провозгласить какие-то принципы окончательными в этой живой науке абсурдна.

В конце 60-х годов девятнадцатого столетия перед математической общественностью возникла задача построить такую систему аксиом элементарной геометрии, на фундаменте которой, опираясь лишь на логические законы, без ссылок на наглядность и очевидность, можно было бы построить многоэтажное здание высшей геометрии. Эта задача была стимулирована всеобщим признанием идей Н.И. Лобачевского, К.Ф. Гаусса, Б. Римана, Яноша Больяи о гиперболической и эллиптической геометрий.

В конце девятнадцатого века появились многочисленные работы по обоснованию геометрии таких крупнейших математиков, как Паш [3], Пеано, Пиери и других. Наиболее исчерпывающими явились работы Давида Гильберта и Германа Вейля. Книга Д. Гильберта «Основания геометрии» (1899 г) [4] сыграла существенную роль в этой серии исследований. Можно сказать, что с 1899 года начался новый этап аксиоматического метода в геометрии.

Система аксиом Д. Гильберта обладает непротиворечивостью, независимостью и полнотой и служит одним из основных средств нового обоснования геометрии. Хотя программа школы Гильберта в ряде пунктов оказалась утопичной, она способствовала появлению ценнейших результатов в области оснований математики.

Спустя десять лет после появления гильбертовой аксиоматики Фридрих Шур, следуя идеям Феликса Клейна, предложил другую систему аксиом геометрии – основанную на рассмотрении движений. В системе Шура есть три аксиомы, утверждающие что движения образуют группу преобразований. Еще десятилетие спустя Герман Вейль создал векторную аксиоматику, которая позволила объединить в единую схему проективную, аффинную и евклидову геометрии.

Гильбертова аксиоматика уточнила не вполне совершенную систему аксиом, созданную Евклидом более двух тысяч лет тому назад. Аксиоматики Фридриха Шура (1910) и Германа Вейля (1920), а также работы Феликса Клейна связали геометрию с понятиями групп преобразований и векторного пространства.

Аксиоматики Д. Гильберта и Г. Вейля, Эрлангенская программа Ф. Клейна в настоящее время являются важной составной частью тематического учебного плана математических отделений и факультетов университетов, средних и высших педагогических учебных заведений.

Однако в полном объеме приведенные аксиоматики не могут излагаться в средней школе из-за их объемности и сложности.

В течение многих лет в отечественной средней школе использовался учебник геометрии А.П. Киселева, выдержавший множество изданий. Хотя этот учебник был признан несовременным (что привело в дальнейшем к реформированию как аксиоматики геометрии в средней школе, так и собственно курса геометрии), но тем не менее нельзя не отметить, что наглядность, ясность и логическая стройность изложения материала этого учебника давали достаточно качественные и глубокие знания по геометрии учащимся средней школы. Это положение сохранялось до середины семидесятых годов двадцатого века.

Затем в практику российского среднего образования резко был введен курс геометрии под редакцией академика А.Н. Колмогорова. Своеобразием этого подхода явилось систематическое привлечение преобразований к исследованию геометрической структуры наряду с подробным обсуждением первичных свойств объектов евклидовой геометрии. К сожалению, некоторая поспешность повсеместного внедрения этого курса, а также неподготовленность к такому переходу школьных учителей привели к тому, что многие ценные идеи учебника под редакцией А.Н. Колмогорова остались непонятыми и невостребованными в широком смысле.

В настоящее время в средней школе изучают геометрию по различным руководствам. В основном, это три учебника геометрии – Погорелова А.В., Атанасяна Л.С., Александрова А.Д., поэтому говорят о различных аксиоматиках школьного курса геометрии.

В работе [5] содержится справедливая, на наш взгляд, критика преобразователей школьного преподавания геометрии, констатируется уход от наглядности и ясности оснований. Абстракции бывают разного характера и уровня, построение теории без лишних абстракций осмысленно и может быть осуществлено. Представляется полезным вернуться к первоначальной ясности Евклида, придерживаясь вместе с тем логической строгости оснований геометрии Д. Гильберта. В работе [5] также приводится построение аксиоматики евклидова пространства, даются краткие дополнения об аналогичных основаниях геометрии Н.И. Лобачевского и аффинной геометрии.

Новый подход к основаниям геометрии был предпринят в связи с общей алгебраизацией современной дифференциальной геометрии. (Здесь мы оставляем в стороне геометрическую алгебру.) Это направление восходит к трудам Феликса Клейна, Софуса Ли, Эли Картана, работам многих математиков по теории связностей в расслоениях.

Развитие геометрии от Эрлангенской программы Феликса Клейна и работ Софуса Ли, труды Эли Картана по симметрическим пространствам и теории связностей и, наконец, теория связностей в расслоениях выявили фундаментальную роль, которую играет понятие группы в геометрии. Современные исследования показывают, что не меньшее значение в геометрии имеют и неассоциативные алгебраические структуры, такие, как квазигруппы, лупы [11-13].

Симметрические пространства, введенные Эли Картаном [3], обладают математически красивыми алгебраическими свойствами, геодезические симметрии относительно каждой точки являются локальными изоморфизмами аффинной связности. Известно (О. Лоос) [10], что симметрическое пространство может рассматриваться, как гладкая идемпотентная леводистрибутивная квазигруппа с «тождеством ключей». Левые сдвиги этой квазигруппы и есть геодезические симметрии. Позднее этот результат был обобщен. Произвольному пространству аффинной связности можно сопоставить однопараметрическое семейство локальных идемпотентных эластичных квазигрупп, определяемых каноническим (аффинным) параметром вдоль геодезических линий. Было введено новое понятие – пространство с геодезическими, как алгебра с однопараметрическим семейством бинарных операций, связанных определенными тождествами. Было установлено взаимно однозначное соответствие между гладкими многообразиями с геодезическими и аффинно связными многообразиями с нулевым тензором кручения. Таким образом, был построен алгебраический эквивалент экспоненциального отображения [11; 13]. Этот факт инициировал решение проблемы Дж. Э. Д'Атри, и было доказано, что аналитическое аффинно связное многообразие без кручения может быть рассмотрено, как одна аналитическая локальная идемпотентная квазигруппа с некоторыми дополнительными условиями.

Новейшее развитие геометрии показывает, что в ней фундаментальную роль играют не только теория групп и алгебр Ли, но и более общие алгебраические конструкции. Здесь мы имеем в виду теорию гладких неассоциативных универсальных алгебр с их касательными объектами. Так, вместо дифференцируемой группы и ее алгебры Ли появляется гладкая квазигруппа с определенными тождествами и ее касательная тройная система Ли. Наиболее ярко это проявилось в дифференциальной геометрии при алгебраическом описании пространств аффинной связности (прежде всего симметрических и редуктивных) в работах [6; 7; 8].

Впервые идея о рассмотрении аффинного пространства как универсальной алгебры была сформулирована как гипотеза А.И. Мальцевым [6]. Позднее профессором Л.В. Сабининым отдельно была опубликована алгебраическая аксиоматика аффинного пространства [9; 10]. Таким образом, было выполнено единообразное построение основ теории аффинных пространств и многообразий аффинной связности. Конечно, первоначальное изложение было излишне сложным, сейчас уже сделана соответствующая адаптация не в ущерб строгости. Заметим, что при этом доказательство многих классических теорем плоскостной и пространственной аффинной геометрии упрощается и не требует привлечения метрических понятий.

Последовательно проводя линию обобщения, убеждаемся, что в терминах универсальных алгебр может быть сформулирована аксиоматика действительного проективного пространства [12; 13]. Проективная геометрия традиционно глубоко изучается в высших педагогических учебных заведениях. Неконструктивность аксиоматики Германа Вейля вызывает трудность восприятия у многих студентов. На лекционных и семинарских занятиях подробно обсуждаются модели проективной прямой и проективной плоскости, вводится понятие проективного репера, изучаются свойства сложного отношения четырех точек, лежащих на одной прямой, проективные преобразования, гомологии и так далее. Многие методические трудности введения новых для студентов понятий могут быть обойдены при переходе на алгебраическую аксиоматизацию проективного пространства.

Интересно, что при построении аксиоматики проективной и аффинной геометрий на основе теории универсальных алгебр можно не только продемонстрировать студентам довольно тесную связь между этими дисциплинами, но и подготовить слушателей к серьезному изучению основ дифференциальной геометрии и аналитической механики.

Тесное взаимодействие между дифференциальной геометрией и аналитической механикой имеет давнюю историю. Сейчас можно расширить и углубить связи этих наук посредством алгебраических конструкций. Так, в рамках этой программы построена геометрическая квазигрупповая теория многообразий с траекториями, являющаяся приложением к теории механических систем. С алгебраической точки зрения многообразие с траекториями представляет собой трехпараметрическое семейство локальных гладких квазигрупп, операции умножения которых связаны определенными алгебраическими тождествами. Многообразие с траекториями является обобщением многообразия с геодезическими некоторой аффинной связности. Этому направлению посвящены работы [12; 18; 21].

Таким образом, аксиоматизация понятий и определений аффинного пространства, проективного пространства, многообразия аффинной связности и теории механических систем вполне может быть выполнена в единых терминах универсальных алгебр с определенными тождествами. При таком подходе упрощается доказательство ряда классических теорем.

С одной стороны, предлагаемый подход представляет интерес с точки зрения выявления новых межпредметных связей, с другой стороны, сопрягается с направлением фузионизма в геометрии.

Курсы аффинной, проективной, дифференциальной геометрий, а также теории механических систем с алгебраической аксиоматикой в течение целого ряда лет читались по авторской программе в Московском государственном областном университете, в Российском государственном университете туризма и сервиса, в Московском государственном техническом университете СТАНКИН, в Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Эйлер Л. Введение, т. 1. – М., 1960 (Opera Omnia, 1, t 9. 1945).
2. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
3. Pasch M. Vorlesungen uber neuere Geometrie. – Berlin, 1882.
4. Гильберт Д. Основания геометрии. Гостехиздат, 1948.
5. Александров А.Д. К основаниям геометрии. Сибирский математический журнал. Т. XXV, № 2. – 1984. – С. 21-34.
6. Мальцев А.И. Основания линейной алгебры. – М.: Наука, 1970. – 400 с.
7. Loos O. Symmetric spaces. V. 1-2. – N.Y., Benjamin, 1969.
8. Сабинин Л.В. Одули как новый подход к геометрии со связностью. – ДАН СССР, 1977. 233, № 5. – С. 800-803.
9. Акивис М.А. О геодезических лупах и локальных тройных системах пространства аффинной связности. – Сибирский математический журнал, 1978. 19. № 2. – С. 243-253.
10. Sabinin L.V. On flat geoodular spaces // Webs and quasigroups. – 1992. – P. 4-9.
11. Sabinin L.V. Geoodular axiomatics of Affine spaces // Note di Matematica, University degli Studi Di Lecce. Italy, 14, 1995. № 1. – P. 109-113.
12. Matveyev O.A. On quasigroup theory of manifolds with trajectories // Webs and quasigroups. – Tver, 2000. P. 129-139.
13. Матвеев О.А. Методы теории квазигрупп в проективной геометрии // Актуальные проблемы математики и методики ее преподавания. – Пенза, 2001. – С. 58-62.
14. Матвеев О.А., Солдатенков Р.М. К теории квазигрупп в проективной геометрии // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. Выпуск 8. – М., 2005. – С. 27-31.
15. Матвеев О.А., Пинчук И.А., Солдатенков Р.М. Квазигрупповая концепция в курсе геометрии педагогических учебных заведениях. Тезисы докладов.38 Всероссийская научная конференция по проблемам математики, информатики, физики, химии и методики преподавания естественных научных дисциплин. – М.: РУДН. 2001. – С. 30.
16. Матвеев О.А. Инновационные алгебраические подходы к преподаванию курсов геометрии в педагогических и технических университетах // Тезисы докладов 111 Международной конференции, посвященной 85-летию проф. Кудрявцева Л.Д. Проблемы математического образования. – М.: МФТИ, 2008. – С. 500-502.
17. Матвеев О.А. Новые алгебраические подходы к преподаванию геометрии в университетах. 44 Всероссийская Конф по проблемам математики. – М.: РУДН, 2008. – С. 82-83.
18. Матвеев О.А., Паншина А.В. Геометрия траекторий на многообразиях. Международная научная конференция “Лобачевский и современная геометрия”. Тезисы докладов. – Ч. 1. – Казань, 1992. – С. 59-60.
19. Matveyev O.A., Panshina A.V. Quasigroups on manifolds with trajectories. Webs and quasigroups. – Tver, 1995. – P. 88-96.
20. Матвеев О.А., Паншина А.В. Алгебраические и геометрические свойства траекторий абелевых и симметрических механических систем // Тезисы докладов. 36-я Всероссийская научная конференция, математические секции. – М.: РУДН, 2000. – С. 21-22.
21. Матвеев О.А., Матвеева Н.В., Паншина А.В. О квазигрупповой теории абелевых и симметрических механических систем.// Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. Выпуск 9. МГТУ СТАНКИН, Институт математического моделирования Российской академии наук. – М. 2005. – С. 22-25.

O. Matveyev

THE APPLICATION OF THE ALGEBRAIC THEORY OF NON-ASSOCIATIVE STRUCTURES TO THE GEOMETRY AXIOMATIC BASIS

Abstract. In this paper different aspects of application the theory of non-associative universal algebras to the construction the axiomatic basis of high geometry courses and also mechanical systems are considered.

Key words: algebraic structures, axiomatic basis, geometry.