

Гордеев И.В.

Липецкий государственный
педагогический университет

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ФИЗИКИ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ МИНКОВСКОГО*

Аннотация. Для школьного курса физики профильных физико-математических классов предложена оригинальная методика изучения элементов теории относительности и вывода релятивистских эффектов, основанная на модели пространства-времени Минковского.

Ключевые слова: теория относительности, пространство-время Минковского, диаграммы Минковского, радарный эффект, эффект Доплера.

I. Gordeyev

Lipetsk State Pedagogical University

METHODS OF LEARNING CORE LEVEL
ELEMENTS THE THEORY OF RELATIVITY
AND RELATIVISTIC EFFECTS ON THE BA-
SIS OF SPACE-TIME MINKOVSKY MODEL IN
THE PHYSICS COURSE AT SCHOOL

Abstract. We offer original method of learning, for a secondary school course of physics in classes majoring in physics and maths, elements of the theory relativity and obtaining relativistic effects based on Minkovsky's space-time model.

Key words: theory of relativity, Minkovsky's space time, Minkovsky's diagrams, radar effect, Doppler effect.

Преподавание теории относительности (имеется в виду – специальной теории относительности – СТО) в школьном курсе физики профильного уровня сопряжено с преодолением ряда трудностей и нелегко даётся учителям. Эти трудности связаны с тем, что учащиеся не готовы к восприятию новых, релятивистских представлений о пространстве и времени, во-первых, потому что в их сознании укоренились классические понятия об абсолютных пространстве и времени, на которых основана изученная ими ранее Ньютонова механика. Во-вторых – изложение элементов теории относительности в школьных учебниках физики (например, учебник В.А.

Касьянова «Физика. 10 кл.» [3]) во многих отношениях оставляет желать лучшего: оно, как правило, формальное и догматичное, с акцентом на экспериментально ненаблюдаемые так называемые *кинематические* эффекты «замедления хода движущихся часов» и «сокращения длины движущейся линейки».

Некорректные трактовки теории относительности возникают из-за смешения классических и релятивистских понятий, называемых одинаковыми словами и обозначаемых одинаковыми символами. В той схеме теории относительности, в которой она традиционно излагается в учебниках физики, их трудно избежать. Для этой схемы характерно рассмотрение мира событий как «пространства и времени» (аналогично он представляется и в Ньютоновой механике).

В статье предлагается методика изучения элементов теории относительности в профильных физико-математических классах, основанная на геометрической модели пространства-времени Минковского. При этом экспериментально наблюдаемые релятивистские эффекты – радарный эффект и эффект Доплера – выводятся посредством диаграмм Минковского.

Излагаемая ниже методика соответствует педагогической концепции развивающего обучения [2]. Во-первых, здесь теория относительности строится от общего (мира событий Минковского как фундаментального теоретического объекта) к частному (экспериментальным проявлениям этого мира при его проектировании на пространство и время). Подобная методология построения теории относительности способствует развитию теоретического и, следовательно, творческого мышления учащихся профильных физико-математических классов.

Во-вторых, поскольку пространство-время Минковского представляет собой теоретическую модель, содержание которой раскрывается посредством физически интерпретируемых графических пространственно-

* © Гордеев И.В.

временных диаграмм и знаковых символов, то в такой методике изучения элементов теории относительности формируются понятия школьников о современном теоретическом методе научного познания в физике. Существенную роль играет в нём поиск адекватной математической структуры в качестве основы теоретической модели определённой предметной области с её последующей физической интерпретацией, экспериментальной проверкой и обоснованием.

Методика, в которой содержание теории относительности выражается геометрической структурой мира событий Минковского, удовлетворяет дидактическим принципам, прежде всего, *научности, системности и последовательности, наглядности и доступности*. *Научность* определяется тем, что в современной физике теория относительности представляется исключительно как теория пространства-времени Минковского. Мир событий Минковского в единстве, целостности и логической взаимосвязи элементов своей геометрической структуры *системно* выражает все основные положения теории относительности. Предельно *наглядно* они отражаются пространственно-временными диаграммами. Элементарный расчёт таких диаграмм не вызывает у учащихся физикоматематических классов каких-либо затруднений.

При реализации в практической работе учителя физики представленной в статье методики возможно применение традиционных методов и приёмов обучения. Но особо следует выделить проблемный и поисковый методы, основанные на деятельности учащихся по графическому построению пространственно-временных диаграмм и решению посредством этих диаграмм различных задач исследовательского характера (например, связанных с выводом релятивистских соотношений). В таком случае предполагается широкое использование компьютера, позволяющее наглядно и конструктивно работать с пространственно-временными диаграммами. Необходимо также отметить возможность проведения конференций и дискуссий по проблемным вопросам, связанным с различными трактовками элементов теории относительности.

Изложение элементов теории относительности рекомендуется начать с перечисления имён её создателей (Г.А. Лоренца, А. Пуанкаре, А. Эйнштейна, Г. Минковского), с краткого определения теории относительности как теории пространства-времени и подчёр-

кивания её прикладной и фундаментальной концептуальной значимости. Затем следует резюмировать особенности классических представлений о пространстве и времени, лежащих в основе Ньютоновой механики.

Содержание мира событий Минковского и его физическую интерпретацию предлагается изложить следующим образом. Именно, следует сказать, что мир Минковского состоит из точек-событий, но не одиночных и не связанных друг с другом (таких событий быть не может), а образующих так называемые *мировые линии* (прямые и кривые) – *линии времени и изотропные прямые*. Мировые линии физически интерпретируются как движения (в чувственно воспринимаемом пространстве) частиц, с которыми связаны стандартные (атомные) часы. Эти часы измеряют время между событиями, составляющими мировые линии. *Время события* – только то, которое измеряется такими часами. Множеству мировых линий соответствует множество индивидуальных времён – своё для каждой мировой линии. *Всеобщего для всех событий времени в теории относительности не существует* (в отличие от Ньютоновой механики). По этому поводу известный английский физик Г. Бонди пишет: «... нам следует привыкнуть к мысли, что время – ... индивидуальное. Иначе говоря, моё время – это то, что показывают мои часы» [1, 67]. То же подчёркивает крупный специалист в области релятивистской физики, ирландский физик-теоретик Дж. Синг: «Время в классической физике – всеобщее, универсальное. Время в теории относительности – так сказать, личное, индивидуальное. Моё время – это не ваше время, а ваше время – не моё» [4, 91].

Изотропные прямые – линии нулевой длины или, иначе, линии нулевого времени. Физически они интерпретируются в качестве световых (электромагнитных) сигналов или фотонов. Так как время между любыми событиями изотропной прямой равно нулю, то, как образно пишет Синг, «часы на фотоне не идут» [4, 98].

Выделяется замечательное свойство мира событий Минковского: в каждой его точке-событии имеет место изотропный или *световой конус*, его образующие – изотропные прямые. Он разбивает мир событий относительно события – вершины конуса – на четыре сектора: верхний-нижний, левый-правый (рис. 1).

На диаграмме рисунка 1: 4, 5 – изотропные прямые; 1, 2, 3 – мировые прямые. События в

верхнем секторе – будущие события относительно события O , а события в нижнем секторе – прошлые события (направление стрелы времени выбрано «снизу вверх»). События в левом и правом секторах светового конуса составляют области событий, абсолютно безразличных во временном отношении к событию O , они объективно не образуют с событием O временного порядка.

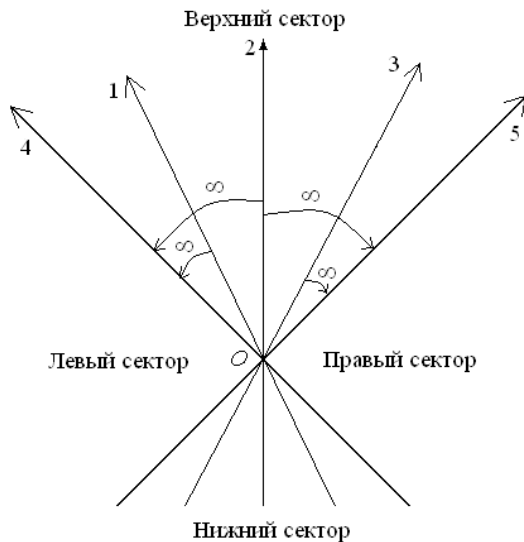


Рис. 1.

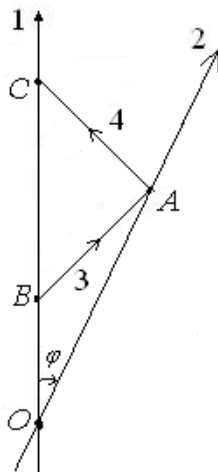


Рис. 2.

Мировые прямые и касательные к кривым мировым линиям, проходящие через событие O , расположены только в верхнем и нижнем секторах светового конуса. Каждая из них составляет с изотропными прямыми бесконечно большой угол. Этот геометрический факт мира событий Минковского означает: 1) все мировые прямые в отношении к изотропным прямым эквивалентны (равноправны, равноценны); 2) изотропная прямая – предельная

прямая для мировых прямых (и касательных к мировым кривым).

Поскольку с мировой прямой может ассоциироваться *инерциальный наблюдатель* (физик с радаром и часами), то первое положение (о мировых прямых) физически интерпретируется как **принцип относительности** – эквивалентности всех инерциальных наблюдателей. Ни один из них никакими экспериментами не может определить, какая из мировых прямых – 1, 2, 3 (и т. д.; рис. 1) – является его мировой прямой.

Второе положение (об изотропной прямой) трактуется как выражение **предельности светового сигнала** для любых массовых частиц (тех, которые могут быть ускорены). Световой сигнал – самый быстрый в природе. Никаким способом нельзя разогнать массовую частицу до скорости светового сигнала (экспериментальный факт, о котором свидетельствует работа современных ускорителей элементарных частиц).

Изобразим на диаграмме рис. 2 две пересекающиеся в точке-событии O мировые прямые 1, 2 и две изотропные прямые 3, 4. Мировая прямая 1 ассоциируется с инерциальным наблюдателем (снабженным часами и радаром), а мировая прямая 2 – с движущейся относительно наблюдателя частицей. Изотропные прямые 3, 4 представляют собой световые (электромагнитные) сигналы: прямая 3 – сигнал, посланный радаром к частице, прямая 4 – сигнал, возвращающийся к наблюдателю после отражения от частицы.

Обозначим $OB = t_1$, $OC = t_2$ (t_1, t_2 – времена, измеряемые хронометром наблюдателя), $OA = \tau$ (τ – время, измеряемое часами, связанными с движущейся частицей).

Согласно принципу относительности, выражаемому здесь как симметрия (равноправие) мировых прямых 1, 2, имеем равенство: $OA/OB = OC/OA$. Из чего следует:

$OA^2 = OB \cdot OC$ или в наших обозначениях:

$$\tau^2 = t_1 t_2. \quad (1)$$

Временная и пространственная координаты события A (рис. 2) (относительно мировой прямой 1 – наблюдателя) **по условному определению**, предложенному Эйнштейном:

$$t = (t_1 + t_2)/2, \quad x = (t_2 - t_1)/2. \quad (2)$$

Согласно такому определению, скорость светового (электромагнитного) сигнала в

чувственно воспринимаемом пространстве –

$$c \equiv 1, \quad (3)$$

а скорость массовой частицы (соответствующей мировой прямой 2) –

$$v = x/t = (t_2 - t_1)/(t_1 + t_2) < 1, \quad (4)$$

что соответствует положению теории относительности о предельности светового сигнала.

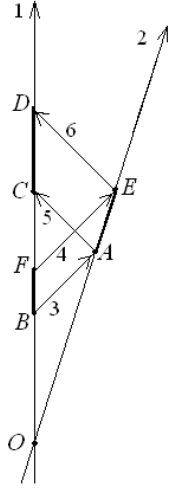


Рис. 3.

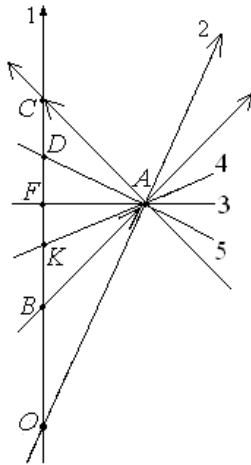


Рис. 4.

На диаграмме рисунка 3 показаны две мировые прямые – 1, 2 – и изотропные прямые – 3, 4 и 5, 6.

Картина мировых и изотропных прямых в мире Минковского, условно изображенная на евклидовой плоскости рисунка 3, физически интерпретируется так: радар наблюдателя, ассоциируемого с мировой прямой 1, посылает световой (электромагнитный) сигнал к удаляющейся от наблюдателя частице. Этот сигнал представлен двумя последовательными максимумами колебаний, разделёнными промежутком времени (по часам наблюдателя) $T_0 = BF$. После отражения от частицы сигнал возвращается к наблюдателю с пери-

одом $T = CD$. Соответственно периодам T_0 , T частоты сигнала (отправленного и возвратившегося) – $\nu_0 = 1/T_0$, $\nu = 1/T$.

Введём обозначения: $OB = t_1$

$$, \quad OC = t_2 \quad ; \quad OF = t_3 \quad , \quad OD = t_4$$

$$. \quad \text{Тогда } T_0 = OF - OB = t_3 - t_1,$$

$$T = OD - OC = t_4 - t_2.$$

Отношения t_2/t_1 и t_4/t_3 , согласно формуле (4), определяют одну и ту же величину скорости частицы относительно наблюдателя.

Поэтому ясно, что $t_2/t_1 = t_4/t_3$. Составив отношение $T/T_0 = (t_4 - t_2)/(t_3 - t_1)$ и

подставив в него значение t_4 из предыдущего равенства, найдем: $T/T_0 = t_2/t_1$. Выразив отношение t_2/t_1 через скорость v (см.

(4)), получим: $T/T_0 = (1+v)/(1-v)$. Из чего следует:

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1-v}{1+v} \right). \quad (5)$$

Эта формула выражает релятивистский **радарный эффект** на случай удаления объекта от радара. Согласно этому эффекту, частота ν сигнала, вернувшегося к радару после отражения от удаляющегося от него объекта, меньше частоты ν_0 сигнала, отправленного к объекту.

Точно таким же способом получается формула

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1+v}{1-v} \right), \quad (6)$$

относящаяся к случаю приближения объекта к радару (тогда $\nu > \nu_0$).

Пусть мировая прямая 2 (рис. 3) ассоциируется с источником светового (электромагнитного) сигнала, а мировая прямая 1 – с его приемником. Тогда изотропные прямые AC, ED представляют собой излучение и приём сигнала, соответствующего двум последовательным максимумам колебаний. Поэтому

$$\text{здесь } AE = T_0 = 1/\nu_0 \text{ и } CD = T = 1/\nu.$$

Обозначим $OA = \tau_1$, $OE = \tau_2$. Тогда, согласно выражению (1), $\tau_1^2 = t_1 t_2$, $\tau_2^2 = t_3 t_4$. Значит: $T = CD = \tau_2 - \tau_1 = \sqrt{t_3 t_4} - \sqrt{t_1 t_2}$. Так как $t_4 = t_3 t_2 / t_1$ и $T_0 = t_3 - t_1$, то получим $T = T_0 \sqrt{t_2 / t_1}$. Заменяя здесь отношение t_2 / t_1 на отношение $(1 + v) / (1 - v)$ (см. формулу (4)), найдём отношение T / T_0 и, соответственно, V / V_0 . Таким образом, получим:

$$V_- = V_0 \sqrt{(1 - v) / (1 + v)}. \quad (7)$$

Это есть формула релятивистского (продольного) **эффекта Доплера** на случай взаимного удаления источника и приемника светового (электромагнитного) сигнала. Согласно этой формуле, $V_- < V_0$ – частота принимаемого сигнала меньше частоты сигнала, излучаемого удаляющимся от приемника источником (*красное смещение частоты*).

Аналогично выводится формула эффекта Доплера на случай взаимного сближения источника и приемника излучения:

$$V_+ = V_0 \sqrt{(1 + v) / (1 - v)}. \quad (8)$$

По этой формуле $V_+ > V_0$ (*фиолетовое смещение частоты*).

Поставим вопрос о сравнении длин отрезков различных мировых линий. Поскольку с каждой из них ассоциируются стандартные часы, то здесь имеется в виду сравнение показаний движущихся относительно друг друга часов.

Рассмотрим случай диаграммы рис. 2, где мировые прямые 1, 2 ассоциируются с часами, удаляющимися друг от друга (в чувственно воспринимаемом пространстве) с постоянной относительной скоростью v , определяемой, по Эйнштейну, формулой (4).

Временная координата t события A , в таком случае, выражается согласно условно принимаемому эйнштейнову определению, формулой (2). Но **время события** A равно

$OA = \tau$ и оно измеряется часами, отождествляемыми с мировой прямой 2. Заметим, что временная координата события, в отличие от времени события, есть величина субъективная, зависящая от того или иного условного

её определения (она не измеряется, а приписывается событию по тому или иному определению).

Как соотносятся в данном случае величины t и τ , то есть длины мировых прямых 1, 2 – соответственно OF и OA . Так как $t = (t_1 + t_2) / 2$ и $\tau = \sqrt{t_1 t_2}$ (согласно формулам (1) и (2)), то

$$\tau / t = 2 \sqrt{t_2 / t_1} / (1 + t_2 / t_1). \quad (9)$$

Заменяя в этом выражении отношение t_2 / t_1 на отношение $(1 + v) / (1 - v)$ (см. выше), получим:

$$\tau / t = \sqrt{1 - v^2}. \quad (10)$$

Согласно этому соотношению:

$$\tau < t. \quad (11)$$

В учебниках физики (как вузовских, так и школьных – см., например, учебник Т.И. Трофимовой «Курс физики» [5, 58] и учебник В.А. Касьянова «Физика. 10 кл.» [3, 200]) соотношение (10) и следующее из него неравенство (11) трактуются как выражающие релятивистский эффект замедления хода движущихся часов *в сравнении* с неподвижными часами. Причём утверждается, что этот эффект – объективный и подтверждается экспериментальными наблюдениями за элементарными частицами – пионами, образующимися в верхних слоях земной атмосферы при её бомбардировке космическими лучами и фиксируемыми приборами в земной лаборатории. Последнего не должно быть, согласно Ньютоновой механике. Значит, данный эффект – релятивистский и реально наблюдаемый.

Чтобы не загромождать рис. 2, рассмотрим такой же рисунок 4, но с рядом дополнительных прямых – 3, 4, 5. Прямая 3 соединяет точки-события A и F , принадлежащие, соответственно, мировым прямым 2 и 1. Время события F , расположенного на середине отрезка BC мировой прямой наблюдателя составляет величину $t = (t_1 + t_2) / 2$. Если это время приписывается, по Эйнштейнову определению (2), событию A в качестве временной координаты, то прямая 3 есть прямая координатной одновременности событий: все точки-события этой прямой имеют одинаковую временную координату, равную значению времени t события F . Именно в таком и только в таком случае имеет место соотношение (9) или – то же – (10), и неравенство (11)

$\tau < t$. Но прямая 3 расположена в секторе светового конуса с вершиной в событии А, и для составляющих её событий, как сказано выше, не имеет однозначного и объективного смысла понятие временного порядка, то есть она не ассоциируется с каким-либо физическим процессом. Это и понятно, так как прямая 3 состоит из событий, принадлежащих различным мировым и изотропным линиям. Таким образом, устанавливаемое посредством прямой 3 соотношение (9) (или – то же – (10)), не имеет физической значимости и не может быть экспериментально проверено.

Более того, вместо прямой 3 с тем же правом можно в качестве условной прямой координатной одновременности выбрать прямую 4 или прямую 5 и т. п. Тогда событию А будет приписываться временная координата, равная времени события К или времени события D на мировой прямой 1 (наблюдателя). Ясно, что соотношение между временем τ события А и его временной координатой будет отличным от соотношения (9). Может получиться: $\tau = t$ или $\tau > t$.

Таким образом, соотношение между τ и t для события А может быть каким угодно и, главное, ни одно из них не имеет объективного смысла. Если стандартные часы удаляются от наблюдателя, то он не может никаким способом узнать, какое время они показывают «сейчас» по его часам, так как понятие момента «сейчас» нельзя объективно отнести к удалённым от наблюдателя событиям (в частности, к показаниям удаляющихся от наблюдателя часов), потому что всеобщего времени не существует.

Таким образом, трактовать формулу (10) как якобы выражающую релятивистский эффект замедления хода движущихся часов, в сравнении с неподвижными часами, неправильно. Как разъяснено выше, объективно такое сравнение невозможно (ни экспериментально, ни согласно теории относительности).

Однако, формула (9) (или, то же, (10)) правильная, хотя и содержит элемент субъективности. Ею можно пользоваться в расчётах экспериментально наблюдаемых релятивистских эффектов, из выражения которых понятие координатной одновременности выпадает.

В статье 1905 г. Эйнштейн обратил внимание на действительно экспериментально

наблюдаемый эффект замедления хода движущихся часов в сравнении с неподвижными часами (если показания двух часов сравниваются дважды) [6, 19-20] – рис. 5. Такое сравнение объективно и однозначно, оно не зависит от способа координации событий. Как можно показать, время, отмеряемое часами, ассоциируемыми с мировой прямой 1, равно длине отрезка AlB , больше времени между теми же событиями А и В, показываемого часами (ассоциируемыми с мировой прямой 2) и равно длине отрезка AmB прямой 2. Этот результат можно получить, не применяя координатного метода, то есть не затрагивая вопроса о координации событий в мире Минковского (например, векторным способом).

Представленная выше методика изложения теории относительности как теории пространства-времени Минковского позволяет, во-первых, достаточно простыми математическими средствами и доказательно продемонстрировать основные положения существенно новых, в сравнении с классическими, релятивистских представлений о пространстве, времени и движении. Во-вторых, как свидетельствует апробация данной методики в ряде школ города Липецка, она вполне доступна учащимся профильных физико-математических классов. Наконец, в-третьих, такой методический подход исключает возможность ошибочных трактовок теории относительности, связанных со смешением классических и релятивистских понятий.

В заключение выражаю благодарность профессору А.Н. Малинину за обсуждение затронутых в статье методических вопросов и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бонди Г. Относительность и здравый смысл / Г. Бонди. – М.: Мир, 1967. – 162 с.
2. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 113 с.
3. Касьянов В.А. Физика. 10 кл.: Учебник для общеобразовательных учебных заведений / В.А. Касьянов. – М.: Дрофа, 2002. – 416 с.
4. Синг Дж. Беседы о теории относительности / Дж. Синг. – М.: Мир, 1973. – 168 с.
5. Трофимова Т. И. Курс физики: Учебник для студентов вузов / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 432 с.
6. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 томах / А. Эйнштейн. – М.: Наука, 1966. – Т. 1. – 700 с.