УДК 378.851
DOI: 10.18384/2310-7219-2018-1-43-55

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УЧЕБНЫХ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ФИНАНСОВОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Забелина С.Б., Казаков Н.А.
Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация

Аннотация. Способность человека продуктивно выполнять различные социально-экономические роли определяется уровнем сформированности его финансовой грамотности. В средней общеобразовательной школе средствами предмета математики начинается знакомство обучающихся с финансовыми явлениями и их взаимосвязями. В статье представлена система учебных прикладных задач финансовой направленности, обеспечивающая формирование умений обучающихся старшей профильной школы планировать личный бюджет, оптимизировать соотношения между потреблением и сбережением финансов, оценивать риски при пользовании различными финансовыми услугами и продуктами. Описывается процесс построения математической модели и внутримодельного решения задачи в рамках соответствующей математической теории.

Ключевые слова: финансовая грамотность, кредит, учебная прикладная задача финансовой направленности, математическая модель.

MATHEMATICAL MODELS OF EDUCATIONAL APPLIED PROBLEMS OF FINANCIAL DIRECTIONS

S. Zabelina, N. Kazakov
Moscow Region State University
10A, Radio ul., Moscow, 105005 Russia

Abstract. The ability of a person to pergrade productively different socio-economic roles is determined by the level of his financial literacy development. At a secondary general school by means of mathematics the acquaintance of students with financial phenomena and their interrelations begins. The article presents a system of educational applied financial problems that ensures the development of the skills of the students of the senior profile school to plan their personal budget, optimize the relationship between consumption and saving finance, assess risks when using various financial services and products. The process of constructing a mathematical model within a model solution of the problem is described in the framework of the corresponding mathematical theory.

Key words: financial literacy, credit, educational applied financial task, mathematical model.

Проблема формирования финансовой грамотности граждан является актуальной в современной непрерывно изменяющейся и развивающейся социально-экономической среде. Развитие банковской системы, системы налогообложения, а также расширение сферы частного бизнеса требуют от субъектов деятельности понимания структуры и принципов действия этих систем. Умение выбирать вклады в зависимости от целей, понимание различий между депозитом, счётом и кредитом – всё это определяет финансовую «гибкость» субъекта [6]. Должный уровень финансовой грамотности оказывает помощь в планировании бюджета, экономии собственных доходов и их увеличении [9]. В «Национальной программе повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации» отмечается противоречие между появлением широкого спектра все более усложняющихся финансовых продуктов и услуг и неподготовленностью граждан к решению финансовых задач [2]. Федеральный государственный образовательный стандарт и Фундаментальное ядро содержания среднего общего образования ориентируют на необходимость овладения обучающимися умением критически ориентироваться в статистической, экономической и логической информации [8].

Формирование элементарного уровня финансовой грамотности обучающихся средних общеобразовательных организаций происходит вследствие знакомства их с различными финансовыми понятиями, процессами и их закономерностями через обучение решению учебных прикладных задач финансовой направленности, включённых в математические курсы [7]. Элементарный уровень финансовой грамотности обеспечивается как знаниевой, так и деятельностной составляющими, отражающими связь между теоретическими знаниями и жизненной практикой [4].

Под учебными прикладными задачами финансовой направленности мы понимаем такие задачи, в фабуле которых описываются процессы накопления, распределения или потребления финансов.

Среди учебных задач финансовой направленности следует выделить задачи на кредиты, задачи на вклады и задачи на оптимальный выбор, решения которых традиционно вызывают значительные затруднения у обучающихся. Задачи на кредиты и вклады в ряде учебно-методических пособий выделены в группу под названием «финансовые задачи» [3]. Кредит – это финансовая сделка, в результате которой кредитор предоставляет на определённый срок деньги заёмщику [2]. При этом, кроме основного долга, заёмщик обязан выплатить проценты. Погашение кредитов возможно двумя способами: дифференцированный (погашение различными платежами, убывающими по арифметической прогрессии) и аннуитентный (погашение равными платежами).

Рассмотрим решения системы задач на кредиты, требования которых сформулированы в общем виде.

В основу решения задач положен метод математического моделирования, который предусматривает последовательное прохождение трёх этапов: перевод задачи с естественного языка на математический язык, т. е. построение математической модели задачи (формализация), решение задачи в рамках соответствующей математической теории (решение внутри модели), оценка результатов и их интерпретация [5].

Сформулируем общую задачу на естественном языке.

Задача. Клиент, рассматривая предложения различных банков, планирует взять кредит на несколько лет. Выбирает для себя дифференцированный способ погашения долга перед банком. Чтобы принять взвешенное и ответственное решение, оценив все риски, клиенту банка необходимо ответить на следующие возможные вопросы.

1.1. Сколько процентов от суммы кредита составит общая сумма денег, которую нужно будет выплатить банку за весь срок кредитования?

1.2. Если в течение P-ого года кредитования вернуть банку необходимо m тыс. рублей, то какую сумму нужно будет вернуть банку в течение Q-ого года кредитования (P < Q)?

1.3. Если общая сумма выплат банку после полного погашения кредита на p% будет больше суммы, взятой в кредит, то каков процент кредитования?

1.4. Если в течение P-ого года кредитования вернуть банку необходимо m тыс. рублей, то какую сумму нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

1.5. Если в течение P-ого года кредитования вернуть банку необходимо m тыс. рублей, то какую сумму взять в кредит?

1.6. Какую сумму нужно вернуть банку в течение P-ого года кредитования, если взять кредит на m тыс. рублей под *n%*, которые начисляются ежемесячно?

1.7. Если наименьший месячный платёж по кредиту в некотором банке составит не менее m_1 тыс. рублей, а наибольший – не более m_2 тыс. рублей, то какой процент по кредиту предлагает этот банк, если предполагается взять в кредит m тыс. рублей?

Объекты и отношения между ними в предложенной задаче могут оказаться достаточно известными обучающимся в силу их жизненного опыта. Эти объекты легко соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями, но прямого указания на модель в тексте задачи нет [1]. Перейдем к демонстрации построения математической модели, адекватной задачной ситуации.

1.1. Пусть x рублей – сумма взятого в банке кредита на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период. Что означает это требование?

Пусть x_i – долг банку в начале i-ого периода. Число $\Delta = x_i - x_{i+1}$ назовем *регулярным платежом.* Это сумма, которую клиент платит банку в конце каждого периода. Регулярный платёж не зависит от номера платёжного периода:

$\Delta = x_1 - x_2 = x_2 - x_3 = \ldots = x_i - x_{i+1} = \ldots = x_N - x_{N+1}, x_{N+1} = 0$.

Из цепочки равенств получаем следующие формулы:

$x_N = \Delta, x_{N-1} = 2 \cdot \Delta, x_{N-2} = 3 \cdot \Delta, \ldots, x_i = (N+1-i) \cdot \Delta, x_1 = N \cdot \Delta = x$.

Тогда

$$\Delta = \frac{x}{N}.$$

Долг в первый месяц составит x рублей. Так как сначала начисляются проценты, а затем клиентом производится выплата, то остаток долга на 1-ый месяц составит:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)=x\cdot\left(1+\frac{n}{100}-\frac{1}{N}-\frac{n}{100}\right)=\frac{N-1}{N}\cdot x.$$

Остаток долга на 2-ой месяц составит:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)=x\cdot\left(\frac{N-1}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}-\frac{1}{N}-\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\right)=$$
$$=x\cdot\left(\frac{N-1-1}{N}\right)=\frac{N-2}{N}\cdot x.$$

И так далее.

Остаток долга на (N – 1)-ый месяц составит:

$$\frac{N-(N-1)}{N}\cdot x=\frac{N-N+1}{N}\cdot x=\frac{1}{N}\cdot x.$$

Таким образом, выплата банку за весь срок кредитования определится по формуле:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)+\ldots+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot x\right)=$$
$$=\frac{x}{N}\cdot N+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\left(N+\left(N-1\right)+\ldots+1\right)=$$
$$=x+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\frac{N+1}{2}\cdot N=x\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right).$$

Поскольку выплата банку за весь срок кредитования составит $x\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right)$, а сумма кредита была x. Значит, первоначальная сумма кредита увеличилась в $\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right)$ раз. Таким образом, общая сумма денег составляет $\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right)\cdot 100\,\%$ от суммы кредита.

Ответ: $\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right)\cdot 100.$

1.2. Пусть x рублей – сумма взятого в банке кредита на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период.

Остаток долга на 1-ый месяц будет равен:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)=\frac{N-1}{N}\cdot x.$$

Аналогично остаток долга на 2-ой месяц будет равен: $\frac{N-2}{N}\cdot x.$

И так далее.

Остаток долга на (N – 1)-ый месяц составит: $\frac{1}{N}\cdot x.$

Значит, общая сумма выплат банку составит:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)+\ldots+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot x\right). \qquad (1)$$

Сумма (1) содержит N слагаемых. Выделим из неё ту её часть, которая соответствует Р-ому году кредитования. Эта часть будет содержать 12 слагаемых:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}}{N}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\cdot\frac{P_{11}}{N}\cdot x\right)+\ldots+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{1}}{N}\cdot x\right)=$$

$$=12\cdot\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\left(P_{12}+P_{11}+\ldots+P_{1}\right)=$$

$$=\frac{12x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\cdot 12=$$

$$=\frac{12x}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right).$$

Q_{12}, Q_1, P_{12}, P_1 – числа месяцев соответствующих лет.

По условию за Р-й год кредитования выплата составила m тыс. руб., тогда:

$$\frac{12x}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)=m.$$

Откуда

$$x=m\cdot\frac{N}{12}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)^{-1} \qquad (2)$$

Вычислим сумму долга, возвращаемую в течение Q-ого года кредитования. Аналогично составим сумму для Q-ого года:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{Q_{12}}{N}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\cdot\frac{Q_{11}}{N}\cdot x\right)+..+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{Q_{1}}{N}\cdot x\right)=$$

$$=\frac{12x}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{Q_{12}+Q_{1}}{2}\right).$$

Подставим в последнее выражение формулу для x из выражения (2), получим:

$$\frac{12}{N}\cdot m\cdot\frac{N}{12}\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)^{-1}\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{Q_{12}+Q_{1}}{2}\right)=$$

$$=m\cdot\frac{1+\frac{n}{100}\cdot\frac{Q_{12}+Q_{1}}{2}}{1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}}=m\cdot\frac{200+n\cdot\left(Q_{12}+Q_{1}\right)}{200+n\cdot\left(P_{12}+P_{1}\right)}$$

Ответ: $m\cdot\dfrac{200+n\cdot(Q_{12}+Q_{1})}{200+n\cdot(P_{12}+P_{1})}$.

Замечание. Q_{12}, Q_1, P_{12}, P_1– числа месяцев соответствующих лет. Например, пусть кредит взят на 24 месяца (2 года). Пусть в течение 1-ого года необходимо выплатить банку m тыс. руб. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?

В этих условиях имеем: $N = 24$, P – 1-ый год кредитования, Q – 2-ой год кредитования. $\underbrace{24,\ldots,13}_{1-ый},\underbrace{12,\ldots,1}_{2-ой}$

Значит: $\begin{matrix} P_{12} = 24, & P_1 = 13, \\ Q_{12} = 12, & Q_1 = 1. \end{matrix}$

Работает «принцип обратного отсчёта», т. е. отсчёт количества месяцев до полного возврата.

Общий случай представлен в таблице 1.

Таблица 1

Соответствие лет и месяцев

$1 \le P \le N, Q \le N, P \ne Q$, P-ый год	N	$N - 1$	$N - 2$	…	1
P_{12}	12	24	36	.	N
P_1	1	13	25	…	$N - 11$

$$\underbrace{N,\ldots,N-11}_{1-ый},\underbrace{N-12,\ldots,N-23}_{2-ой},\ldots,\underbrace{23,\ldots,13}_{(N-1)-ый},\underbrace{12,\ldots,1}_{N-ый}$$

1.3. Пусть x рублей – сумма взятого в банке кредита на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период. После начисления процентов долг на 1-ый месяц составит $\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot x$. После того, как произведена первая выплата, остаток долга на 1-ый месяц составит:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)=\frac{N-1}{N}\cdot x$$

В следующий месяц долг составит: $\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x.$

Остаток долга на 2-ой месяц после выплаты составит:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)=\frac{N-2}{N}\cdot x.$$

И так далее.

Тогда сумма выплат за N месяцев составит:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)+.\;+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot x\right)=$$

$$=\frac{x}{N}\cdot N+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\left(N+(N-1)+\ldots+1\right)=$$

$$=x+\frac{n}{100}\cdot\frac{x}{N}\cdot\frac{N+1}{2}\cdot N=x\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right).$$

По условию, сумма выплат на p% больше суммы, взятой в кредит, значит:

$$x\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}\right)=\left(1+\frac{p}{100}\right)\cdot x,$$

$$\frac{n}{100}\cdot\frac{N+1}{2}=\frac{p}{100},$$

$$n=\frac{2p}{N+1}.$$

Ответ: $n=\frac{2p}{N+1}$.

1.4. Пусть *x* рублей – сумма взятого в банке кредита на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период.

Первая выплата: $\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x.$

Остаток долга после первой выплаты (на первый месяц) составит:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)=\frac{N-1}{N}\cdot x.$$

Вторая выплата: $\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x.$

Остаток долга на 2-ой месяц:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x-\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)=\frac{N-2}{N}\cdot x.$$

Третья выплата: $\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-2}{N}\cdot x.$

И так далее.

Выплата на P-ый месяц составит: $\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-P+1}{N}\cdot x.$

Так как по условию эта выплата составила m тыс. руб., то:

$$x \cdot \left(\frac{1}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-P+1}{N}\right) = m.$$

Откуда:

$$x = \frac{m}{\frac{1}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-P+1}{N}}. \qquad (3)$$

Общая сумма выплат в течение N месяцев составит:

$$S = \left(\frac{x}{N} + \frac{n}{100} \cdot x\right) + \left(\frac{x}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-1}{N} \cdot x\right) + \ldots + \left(\frac{x}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{1}{N} \cdot x\right) = x \cdot \left(1 + \frac{n}{100} \cdot \frac{N+1}{2}\right). \quad (4)$$

Эта сумма является искомой, которую нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования. Поставим выражение для x из (3) в (4), получим:

$$S = \frac{m}{\frac{1}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-P+1}{N}} \cdot \left(1 + \frac{n}{100} \cdot \frac{N+1}{2}\right).$$

Ответ: $S = \dfrac{m}{\frac{1}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-P+1}{N}} \cdot \left(1 + \dfrac{n}{100} \cdot \dfrac{N+1}{2}\right).$

1.5. Пусть x рублей – сумма взятого в банке кредита на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период.

Остаток долга на 1-ый месяц составит:

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right) \cdot x - \left(\frac{x}{N} + \frac{n}{100} \cdot x\right) = \frac{N-1}{N} \cdot x.$$

Остаток долга на 2-ой месяц:

$$\left(1 + \frac{n}{100}\right) \cdot \frac{N-1}{N} \cdot x - \left(\frac{x}{N} + \frac{n}{100} \cdot \frac{N-1}{N} \cdot x\right) = \frac{N-2}{N} \cdot x.$$

И так далее.

Остаток долга на $(N-1)$-ый месяц:

$$\frac{N-(N-1)}{N} \cdot x = \frac{N-N+1}{N} \cdot x = \frac{1}{N} \cdot x.$$

Остаток долга на N-ый месяц:

$\frac{N-N}{N}\cdot x=0\cdot x=0$ – очевидно, так как долг погашен.

Таким образом, выплата банку за весь срок кредитования (за N месяцев):

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot x\right)+.\ +\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot x\right). \qquad (5)$$

Выделим из суммы (5) ту её часть, которая соответствует выплатам за P-ый год. Данная часть будет содержать 12 слагаемых:

$$\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}}{N}\cdot x\right)+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\cdot\frac{P_{11}}{N}\cdot x\right)+..+\left(\frac{x}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{1}}{N}\cdot x\right)=\frac{12x}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right).$$

P_{12}, ..., P_1 – числа месяцев соответствующих лет.

По условию в течение P-ого года надо вернуть банку m тыс. руб., значит:

$$\frac{12x}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)=m.$$

Откуда:

$$x=m\cdot\frac{N}{12}\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)^{-1}.$$

Ответ: $x=m\cdot\frac{N}{12}\cdot\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_{1}}{2}\right)^{-1}$.

1.6. Известно, что сумма кредита составляет *m* тыс. рублей. Кредит взят на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячно долг возрастает на *n*%. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый период. Регулярные платежи составят $\frac{m}{N}$

Остаток долга на 1-ый месяц кредитования:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot m-\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot m\right)=\left(1+\frac{n}{100}-\frac{1}{N}-\frac{n}{100}\right)\cdot m=\frac{N-1}{N}\cdot m.$$

Остаток долга на 2-ой месяц кредитования:

$$\left(1+\frac{n}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot m-\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot m\right)=$$

$$\left(\frac{N-1}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}-\frac{1}{N}-\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\right)\cdot m=\left(\frac{N-1}{N}-\frac{1}{N}\right)\cdot m=\frac{N-2}{N}\cdot m.$$

И так далее.

Остаток долга на (N – 1)-ый месяц кредитования:

$$m\cdot\frac{N-(N-1)}{N}=\frac{1}{N}\cdot m.$$

Получим, что вся выплата банку составит:

$$\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot m\right)+\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot m\right)+.\ +\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot m\right). \quad (7)$$

Выделим из суммы (7) ту её часть, которая соответствует выплатам за P-ый год кредитования. Данная часть будет содержать 12 слагаемых:

$$\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}}{N}\cdot m\right)+\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{11}}{N}\cdot m\right)+..+\left(\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_1}{N}\cdot m\right)=\frac{12m}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_1}{2}\right).$$

P_{12}, P_1 – числа месяцев P-ого года соответственно.

Ответ: $\frac{12m}{N}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{P_{12}+P_1}{2}\right)$.

Замечание.

Например, если бы кредит планировалось взять на 24 месяца и требовалось найти сумму возврата в течение 2-ого года, то конечная сумма приняла бы вид:

$$S=\frac{12m}{24}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{12+1}{2}\right)$$

А для первого года:

$$S=\frac{12m}{24}\left(1+\frac{n}{100}\cdot\frac{24+13}{2}\right).$$

$$\underbrace{24,\ldots,13}_{1-ый},\underbrace{12,\ldots,1}_{2-ой}$$

По результату очевиден вывод: со временем возврата ежегодные выплаты уменьшаются.

1.7. Известно, что сумма кредита составляет m тыс. рублей. Кредит взят на N месяцев (число N кратно числу 12). Ежемесячно долг возрастает на x%.

После начисления процентов долг за 1-ый месяц составит $\left(1+\frac{x}{100}\right)\cdot m$.

После этого производится выплата в сумме $\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot m$.

Остаток долга за 1-ый месяц составит:

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\cdot m-\left(\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot m\right)=\frac{N-1}{N}\cdot m.$$

Аналогично остаток долга на 2-ой месяц составит:

$$\left(1+\frac{x}{100}\right)\cdot\frac{N-1}{N}\cdot m-\left(\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot\frac{N-1}{N}\cdot m\right)=\frac{N-2}{N}\cdot m.$$

И так далее.

Остаток долга на (N – 1)-ый месяц составит:

$$\frac{N-(N-1)}{N}\cdot m=\frac{1}{N}\cdot m.$$

После N месяцев очевидно: $\frac{N-N}{N}\cdot m=0$ – т. е. долг погашен, при этом последняя выплата составила: $\frac{m}{N}+\frac{n}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot m$.

Заметим, что сумма платежа в 1-ый месяц: $\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot m$ – максимальная.

В N-ый месяц: $\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot m$ – минимальная.

Тогда по условию получим систему неравенств:

$$\begin{cases}\frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot m\le m_2,\\ \frac{m}{N}+\frac{x}{100}\cdot\frac{1}{N}\cdot m\ge m_1.\end{cases}$$

$$\begin{cases}x\cdot\frac{m}{100}\le m_2-\frac{m}{N},\\ x\cdot\frac{m}{100}\cdot\frac{1}{N}\ge m_1-\frac{m}{N}.\end{cases}$$

$$\frac{100}{m}\cdot N\cdot\left(m_1-\frac{m}{N}\right)\le x\le\frac{100}{m}\cdot\left(m_2-\frac{m}{N}\right). \qquad (8)$$

Ответ: $x=\frac{100}{m}\cdot\left(m_2-\frac{m}{N}\right)$.

Полученные результаты могут быть полезны педагогам средних общеобразовательных организаций при обучении решению задач на кредиты, которые с 2014 г. входят в перечень задач контрольно-измерительных материалов Государственной итоговой аттестации в форме Единого государственного экзамена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя: монография. М., 2014. 284 с.
2. Концепция Национальной программы повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации [Электронный ресурс]. [2009]. URL: http://www.misbfm.ru/programma-fingramotnosti-naseleniya-rf (дата обращения: 21.11.2017).
3. Математика. ЕГЭ. Задача с экономическим содержанием: учеб.-метод. пособие / В.М. Кривенко и др.; под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. 2-е изд., перераб. и доп. Ростов н/Д, 2016. 96 с.
4. Рутковская Е.Л. Факторы формирования финансовой грамотности школьников // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. Т. 1. № 2 (37). С. 44–54.

5. Саранцев Г.И. Методика обучения математике: методология и теория : учебное пособие для студентов бакалавриата высших учебных заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика»). Казань, 2012. 290 с.
6. Сбербанк для детей и родителей. Детские деньги: полезная информация для детей и родителей о деньгах и управлении ими [Электронный ресурс]. URL: http: // xn----7sbbad7bjeeyf6a1g.xn--p1ai/wp-content/uploads/2016/02/Detskie-dengi.pdf (дата обращения: 17.11.2017).
7. Муравин Г.К., Муравина О.В. Сборник специальных модулей по финансовой грамотности для УМК по алгебре 9 класса. М., 2017. 45 с.
8. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. 3-е изд. М., 2014. 48 с.
9. Шеффер Б. Ваш путь к финансовой независимости. М., 2016. 166 с.

REFERENCES

1. Egupova M.V. *Praktiko-orientirovannoe obuchenie matematike v shkole kak predmet metodicheskoi podgotovki uchitelya* [Practice-oriented teaching mathematics at school as a subject of methodical training of the teacher]. Moscow, 2014. 284 p.
2. *Kontseptsiya Natsional'noi programmy povysheniya urovnya finansovoi gramotnosti naseleniya Rossiiskoi Federatsii* [The concept of the National program of improving financial literacy in the Russian Federation]. Available at: http://www.misbfm.ru/programma-fingramotnosti-naseleniya-rf (accessed: 21.11.2017).
3. Krivenko V.M. et al. *Matematika. EGE. Zadacha s ekonomicheskim soderzhaniem* [Math. State Exam. The problem with economic content]. Rostov n/D, 2016. 96 p.
4. Rutkovskaya E.L. [Factors of developing students' financial literacy]. In: *Otechestvennaya i zarubezhnaya pedagogika* [Domestic and foreign pedagogy], 2017, vol. 1, no. 2 (37), pp. 44–54.
5. Sarantsev G.I. *Metodika obucheniya matematike: metodologiya i teoriya* [Methods of teaching mathematics: methodology and theory]. Kazan, 2012. 290 p.
6. *Sberbank dlya detei i roditelei. Detskie den'gi: poleznaya ingradeatsiya dlya detei i roditelei o den'gakh i upravlenii imi* [Sberbank for children and parents. Children]. Available at: http: // xn----7sbbad7bjeeyf6a1g.xn--p1ai/wp-content/uploads / 2016 / 02/ Detskie-dengi.pdf (accessed: 17.11.2017).
7. *Muravin G.K., Muravina O.V. Sbornik spetsial'nykh modulei po finansovoi gramotnosti dlya UMK po algebre 9 klassa* [A collection of special modules on financial literacy teaching materials for algebra, grade 9]. Moscow, 2017. 45 p.
8. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart osnovnogo obshchego obrazovaniya* [Federal state educational standard of basic general education]. Moscow, 2014. 48 p.
9. Sheffer B. *Vash put' k finansovoi nezavisimosti* [Your path to financial independence]. Moscow, 2016. 166 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Забелина Светлана Борисовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики Московского государственного областного университета;
e-mail: zabelina_sb@mail.ru

Казаков Никита Александрович – студент 5 курса физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: alphan95@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Svetlana B. Zabelina – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of higher algebra, elementary mathematics and methods of teaching mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: zabelina_sb@mail.ru

Nikita A. Kazakov – student of MGOU, Faculty of Physics and Mathematics;
e-mail: alphan95@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Казаков Н.А., Забелина С.Б. Математические модели учебных прикладных задач финансовой направленности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2018. № 1. С. 43–55.
DOI: 10.18384/2310-7219-2018-1-43-55

FOR CITATION

Zabelina S., Kazakov N. Mathematical Models of Educational Applied Problems of Financial Directions. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Pedagogics*. 2018. no. 1, pp. 43–55.
DOI: 10.18384/2310-7219-2018-1-43-55