УДК 372.851
DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-97-101

НАГЛЯДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ – ВАЖНЫЙ РАЗДЕЛ СОВРЕМЕННОГО ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Смирнова И.М.
Московский педагогический государственный университет
119991, г. Москва, Малая Пироговская ул., д. 1, стр. 1, Российская Федерация

Аннотация. Эта статья посвящена важному вопросу математической подготовки обучающихся в школе. Рассматриваются основные положения предлагаемого курса наглядной геометрии. В частности, говорится о принципе преемственности в преподавании наглядной геометрии, даются исторические аспекты возникновения и развития этого раздела школьной математики. Предлагаемый курс – фузионистский. В данном случае это слитное преподавание элементов планиметрии и стереометрии. Кроме этого, курс направлен на реализацию современных требований ФГОС основного общего образования. Теоретические положения иллюстрируются задачами наглядной геометрии.

Ключевые слова: наглядная геометрия, преемственность, фузионизм, геометрические представления учащихся, лабораторная работа.

VISUAL GEOMETRY – AN IMPORTANT SECTION OF MODERN SCHOOL MATHEMATICS

I. Smirnova
Moscow State Pedagogical University
119882, Malaya Pirogovskaya st., 1, Moscow, Russian Federation

Abstract. This article deals with an important issue of pupils' preparation in Mathematics at school. Main provisions of the proposed course of visual geometry are scrutinized. In particular, the principle of succession in teaching visual geometry is mentioned. The historical aspects of the origin and development of this section of school mathematics are given. The proposed course is fusional. In this case, it is joint teaching of the elements of plane geometry and spatial geometry. Besides, the course is aimed at the implementation of the FSES requirements of the basic general education. The theoretical propositions are illustrated with visual geometry tasks.

Key words: visual geometry, succession, fusionism, geometric representations of pupils, laboratory work.

Давно и хорошо известно, что раздел «Наглядная геометрия» является очень важным для всего обучения школьной геометрии. Приятно отметить, что он нашёл своё отражение в современных образовательных документах [3].

Таким образом, это актуальная проблема, и авторы современных школьных учебников по геометрии включают в свои комплекты учебные материалы по наглядной геометрии. Считаем этот раздел важным для школьников как при досистематическом изучении геометрии, так и параллельно при изучении уже систематического курса планиметрии. В качестве примера возьмём задачу «Сцепленные параллелограммы».

Задача. Даны два параллелограмма (*ABCD* и *AEFG*), расположенные таким образом, что имеют одну общую вершину (*A*), а ещё по одной вершине каждого принадлежит стороне другого (пусть вершина *D* принадлежит стороне *FG* второго параллелограмма, а вершина *E* принадлежит стороне *BC* первого параллелограмма). Докажите, что эти параллелограммы равновелики.

На этой задаче можно продемонстрировать замечательный метод наглядного обучения, который выражается глаголом «смотри». Он давно известен. Например, великий художник эпохи Возрождения Альбрехт Дюрер никогда не объяснял богатой символики своих шедевров – смотри, и всё поймёшь, увидишь сам.

Возвращаясь к предложенной задаче, заметим, что достаточно выполнить дополнительное построение, а именно провести отрезок *DE*.

Если учащиеся затруднились, предлагаем готовое решение (т. е. даём рисунок с проведёнными отрезком *DE* и высотами *DH*, *EP* в треугольнике *ADE*), которое нужно объяснить. В данном случае площадь треугольника *ADE* равна половине площади каждого параллелограмма, из чего и следует, что они равновелики, т. е. снова работает метод «смотри».

Теперь кратко остановлюсь на так называемой *концепции*, т. е. на основных положениях предлагаемого курса.

Во-первых, конечно, это реализация *принципа преемственности*, т. е. сохранение лучших традиций отечественного образования, в данном случае, в преподавании наглядной геометрии. Нашей школе есть, чем гордиться. Создана уникальная учебная литература, в том числе и по названному разделу.

История учебника по наглядной геометрии насчитывает уже более 150 лет. В XIX в. были опубликованы учебники таких известных авторов, как М.О. Косинский (ему принадлежит один из первых учебников), потом М. Борышкевич, Е. Волков, З.Б. Вулих, позже В.А. Латышев, А.Н. Страннолюбский, затем В. Кемпбель, А.Р. Кулишер и мн. др.

В качестве примера приведу несколько первых задач знаменитого А.М. Астряба из его задачника по наглядной геометрии [2, с. 7].

1. Назовите несколько предметов, имеющих форму куба.

2. Вырежьте куб из картофеля или из мыла.

3. Сделайте куб из спичек, скрепив концы их воском. Сколько всего спичек потратили вы на изготовление куба?

4. Нарисуйте на бумаге куб, сделанный из спичек.

Из приведённых задач хорошо видна специфика изложения курса, которую автор назвал «лабораторно-индуктивный метод изложения». Этот задачник сыграл большую роль в становлении курса наглядной геометрии, определил направление его развития.

Итак, во-первых, реализация принципа преемственности. Во-вторых, предлагаемый курс – *фузионистский* (*fusio* – ‘слияние’), т. е. предполагающий слитное преподавание элементов планиметрии и стереометрии. Конечно, фузионизм не подходит для систематического курса геометрии, так как вступает в противоречие с основными дидактическими принципами обучения, например: доступности, последовательности, от простого к сложному, соответствия возрастным особенностям учащихся основной школы и т. п. Вместе с тем эта проблема с успехом решается в пропедевтических курсах геометрии младших классов, основной целью которых является подготовка учащихся к изучению систематического курса геометрии.

Замечу, что рассматриваемый курс на протяжении своего существования имел различные названия, например: начальный, досистематический, подготовительный, приготовительный. Из этих названий ясно, что предлагаемые курсы были направлены на подготовку учащихся к изучению систематического курса геометрии.

Авторы, которые хотели подчеркнуть особенности способов изложения начального курса геометрии, отвечающего возрастным особенностям учащихся, называли его интуитивным, наглядным, опытным, индуктивным, эмпирическим.

Наиболее привлекательным и отвечающим современным целям обучения геометрии является название «Наглядная геометрия».

В-третьих, *соответствие современным требованиям, или*, как сейчас принято говорить, *вызовам времени*. Результаты различного уровня мониторинговых проверок по математике убедительно показывают, что основная проблема геометрической подготовки учащихся связана с их недостаточно развитыми геометрическими представлениями. Очень часто они не представляют себе геометрических фигур, их конфигураций, геометрических ситуаций, а отсюда не умеют их сравнивать, изображать, устанавливать взаимное расположение, проводить дополнительные построения и т. д. Предлагается усилить именно этот аспект геометрической подготовки учащихся средствами наглядной геометрии.

Основными видами деятельности учащихся при этом являются следующие: распознавать геометрические фигуры и их конфигурации; приводить соответствующие примеры из окружающего мира; изображать геометрические ситуации; изготавливать развёртки многогранников, круглых тел и моделировать их; устанавливать взаимное расположение объектов; сравнивать, измерять, откладывать, находить; проводить дополнительные построения; выполнять лабораторные работы с куском бумаги, на клетчатой бумаге, на координатной плоскости; составлять задачи.

Теперь представим некоторые типы разработанного банка задач по наглядной геометрии.

Начнём с комбинаторных задач. Сначала учащимся предлагается по рисунку просто определить число изображённых прямых (например, изображён четырёхугольник или выпуклый и невыпуклый пятиугольники с продолженными сторонами и т. п.). В последующих задачах нужно провести все возможные прямые (изображено несколько точек).

В дальнейшем ребята рассмотрят и более сложную задачу: «Какое наибольшее число прямых можно провести через пары из *n* точек?» Значит, каждая точка соединена прямой с каждой точкой, и никакие три точки не принадлежат одной прямой (Ответ: $\frac{n(n-1)}{2}$).

Далее предлагаем «двойственную» задачу. Нужно определить число точек попарных пересечений сначала для 2-х и 3-х прямых, а потом изобразить конкретную ситуацию, например: «Изобразите четыре прямые (пять прямых) так, чтобы у них было шесть (десять) точек попарных пересечений».

«Взрослая» задача: «Какое наибольшее число точек попарных пересечений могут иметь n прямых?» Здесь надо найти число таких попарных пересечений, которые могут иметь n прямых, если каждая прямая пересекается с каждой прямой и никакие три прямые не пересекаются в одной точке (Ответ: $\frac{n(n-1)}{2}$).

Затем посложнее задача: «На сколько частей могут делить плоскость: а) 2; б) 3; в) 4 прямые?»

Интересно сформулировать «взрослую» задачу: «На какое наибольшее число частей разбивают плоскость n прямых?» Ситуация возможна, если каждая прямая пересекается с каждой прямой и никакие три прямые не пересекаются в одной точке. (Ответ: $\frac{n(n+1)}{2}+1$.)

В разработанном банке задач большое внимание уделяется решению задач на клетчатой бумаге. В предлагаемом курсе особо выделены лабораторные работы «Геометрия на клетчатой бумаге». Эти задачи пользуются заслуженным успехом и у преподавателей, и у школьников. Их решение способствует развитию геометрических представлений учащихся, формированию практических умений построения геометрических фигур и даже способствует приобретению необходимых вычислительных навыков. В частности, задачи на построение паркетов из многоугольников. Здесь особо выделяется задача о заполнении плоскости четырёхугольником произвольной формы. Предлагается сначала изобразить паркет из выпуклого, а потом и невыпуклого четырёхугольника. Решение основано на том, что сумма внутренних углов произвольного четырёхугольника равна 360°.

Задача имеет свою интересную историю. В 1940 г. она была предложена на математической олимпиаде, в которой участвовал тогда 15-летний подросток В.Г. Болтянский. В своих воспоминаниях он говорит, что никак не мог понять, как можно замостить плоскость невыпуклым четырёхугольником – «птичкой». Эта задача произвела на него большое впечатление и положила начало его увлечению геометрией.

Большое внимание уделено и задачам по стереометрии. Например, нужно изобразить по представленному образцу многогранник (параллелепипед, призму, пирамиду и т. п.). Далее предлагаются задачи, в которых необходимо достроить изображение многогранника (призмы, пирамиды). Постепенно доходим и до правильных и полуправильных многогранников.

В заключение процитируем А.Д. Александрова, который писал: «Понятия, идущие из наглядной геометрии, вообще имеют в современной науке чрезвычайно большое значение, так что не надо думать, будто наглядное – это низшая, а не высшая математика. От простого и наглядного идёт путь в высшее – путь геометрии» [1, с. 61].

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3. С. 56–62.
2. Астряб А.М. Задачник по наглядной геометрии. 2-е изд. М., 1923. 179 с.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. 3-е изд. М., 2014. 48 с.

REFERENCES

1. Aleksandrov A.D. [Geometry]. In: Matematika v shkole, 1980, no. 3, pp. 56–62.
2. Astryab A.M. Zadachnik po naglyadnoi geometrii [Problem book in descriptive geometry]. Moscow, 1923. 179 p.
3. Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart osnovnogo obshchego obrazovaniya [Federal state educational standard of basic General education]. Moscow, 2014. 48 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Смирнова Ирина Михайловна – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры элементарной математики и методики обучения математике Московского педагогического государственного университета;
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Irina Smirnova – ScD in Education, Professor, Elementary Mathematics and Methods of Teaching Mathematics Department, Moscow State Pedagogical University;
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Смирнова И.М. Наглядная геометрия – важный раздел современного школьного курса математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2017. № 2. С. 97–101.
DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-97-101

THE CORRECT REFERENCE TO ARTICLE

I. Smirnova. Visual geometry – an important section of modern school mathematics. *Bulletin of Moscow Region State University.* Series: Pedagogics, 2017, no 2, pp. 97–101.
DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-97-101